

Paper-1
JEE Advanced, 2017

Part I: Physics

Read the instructions carefully:

General:



1. This sealed booklet is your Question Paper. Do not break the seal till you are instructed to do so.
2. The question paper CODE is printed on the left hand top corner of this sheet and the right hand top corner of the back cover of this booklet.
3. Use the Optical Response Sheet (ORS) provided separately for answering the questions.
4. The paper CODE is printed on its left part as well as the right part of the ORS. Ensure that both these codes are identical and same as that on the question paper booklet. If not, contact the invigilator.
5. Blank spaces are provided within this booklet for rough work.
6. Write your name and roll number in the space provided on the back cover of this booklet.
7. After breaking the seal of the booklet at 9:00 am, verify that the booklet contains 36 pages and that all the 54 questions along with the options are legible. If not, contact the invigilator for replacement of the booklet.
8. You are allowed to take away the Question Paper at the end of the examination.

Optical Response Sheet

9. The ORS (top sheet) will be provided with an attached Candidate's Sheet (bottom sheet). The Candidate's Sheet is a carbon – less copy of the ORS.
10. Darken the appropriate bubbles on the ORS by applying sufficient pressure. This will leave an impression at the corresponding place on the Candidate's Sheet.
11. The ORS will be collected by the invigilator at the end of the examination.
12. You will be allowed to take away the Candidate's Sheet at the end of the examination.
13. Do not tamper with or mutilate the ORS. Do not use the ORS for rough work.

14. Write your name, roll number and code of the examination center, and sign with pen in the space provided for this purpose on the ORS. Do not write any of these details anywhere else on the ORS. Darken the appropriate bubble under each digit of your roll number.

Darken the Bubbles on the ORS

15. Use a Black Ball Point Pen to darken the bubbles on the ORS.
16. Darken the bubble  completely.
17. The correct way of darkening a bubble is as: 
18. The ORS is machine – gradable. Ensure that the bubbles are darkened in the correct way.
19. Darken the bubbles only if you are sure of the answer. There is no way to erase or “un-darken” a darkened bubble.

SECTION – 1 : (Maximum Marks : 28)

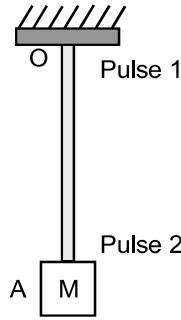
- This section contains **SEVEN** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct.
- For each question, darken the bubble(s) corresponding to **all** the correct option(s) in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
Full Marks : +4 If only the bubble(s) corresponding to **all** the correct option(s) is(are) darkened.
Partial Marks : +1 For darkening a bubble corresponding to **each correct option**, provided NO incorrect option is darkened.
Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks : -2 In all other cases.
- For example, if (A), (C) and (D) are **all** the correct options for a question, darkening **all** these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks and darkening (A) and (B) will get -2 marks, as a wrong option is also darkened.

खंड 1 : (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :
पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में
- उदाहारण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) तथा (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगे ; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगे तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

1. A block M hangs vertically at the bottom end of a uniform rope of constant mass per unit length. The top end of the rope is attached to a fixed rigid support at O. A transverse wave pulse (Pulse 1) of wavelength λ_0 is produced at point O on the rope. The pulse takes time T_{OA} to reach point A. If the wave pulse of wavelength λ_0 is produced at point A (Pulse 2) without disturbing the position of M it takes time T_{AO} to reach point O. Which of the following options is/are correct ?

एक समान रैखिक घनतावाले (uniform mass per unit length) उर्ध्वाधर डोरी के निचले सिरे पर गुटका M लटका हुआ है। डोर का दूसरा सिरा दृढ़ आधार (बिन्दु O) से संलग्न है। तरंगदैर्घ्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 1, pulse 1) बिन्दु O पर उत्पन्न की गई है। ये तरंग स्पंद बिन्दु O से बिन्दु A तक T_{OA} समय में पहुँचती है। गुटके M को बिना विक्रोभित किये हुए बिन्दु A पर निर्माण की गई तरंगदैर्घ्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 2, pulse 2), बिन्दु A से बिन्दु O तक T_{AO} समय में पहुँचती है। निम्न में कौनसा (से) कथन सही हैं/है ?



- (A) The velocities of the two pulses (Pulse 1 and Pulse 2) are the same at the midpoint of rope
 (B) The velocity of any pulse along the rope is independent of its frequency and wavelength
 (C) The wavelength of Pulse 1 becomes longer when it reaches point A
 (D) The time $T_{AO} = T_{OA}$

- (A) डोर के मध्य बिन्दु पर स्पंद 1 (Pulse 1) एवं स्पंद 2 (Pulse 2) का वेग समान है
 (B) डोर के अनुदिश प्रेषित किसी भी स्पंद का वेग उसकी आवृत्ति एवं तरंग-दैर्घ्य पर निर्भर नहीं है।
 (C) स्पंद 1 (Pulse 1) की तरंग-दैर्घ्य बिन्दु A तक पहुंचने में लम्बी हो जाएगी
 (D) समय $T_{AO} = T_{OA}$

Ans. (ABD or BD)

Sol. $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, so speed at any position will be same for both pulses, therefore time taken by both pulses will be same.

$\lambda f = v \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda \propto v$, since when pulse 1 reaches at A, speed decreases therefore λ decreases.

Note : If we refer velocity by magnitude only, then option (A, B, D) will be correct, else only (B, D) will be correct.

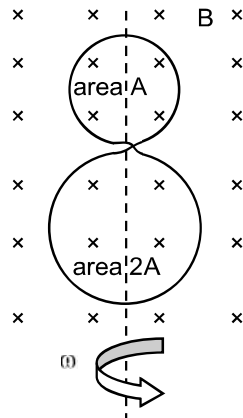
$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, अतः किसी भी स्थिति में दो स्पंदों की चाल समान होगी, इसलिये दोनों स्पंदों द्वारा लिया गया समय समान होगा।

$\lambda f = v \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda \propto v$, जब स्पंद 1, A पर पहुंचेगा तो उसकी चाल घटेगी इसलिये तरंगदैर्घ्य λ घटेगा.

Note : यदि हम केवल वेग के परिमाण को मानें तो विकल्प (A, B, D) सही होंगे अन्यथा केवल (B, D) विकल्प सही होंगे

2. A circular insulated copper wire loop is twisted to form two loops of area A and $2A$ as shown in the figure. At the point of crossing the wires remain electrically insulated from each other. The entire loop lies in the plane (of the paper). A uniform magnetic field \vec{B} points into the plane of the paper. At $t = 0$, the loop starts rotation about the common diameter as axis with a constant angular velocity ω in the magnetic field. Which of the following options is/are correct ?

एक गोलाकार विद्युत-रोधी ताम्र तार (insulated copper wire) को A एवं $2A$ वाले दो क्षेत्रफलों के वलयों में व्यावर्तित किया गया है। तारों के अतिक्रमण बिन्दु विद्युतरधी रहते हैं (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। संपूर्ण वलय कागज़ के तल में स्थित है। कागज़ के तल के अभिलम्बवत स्थिर तथा एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} सर्वत्र उपस्थित है। वलय अपने सामुदायिक व्यासों से बने अक्ष के परितः समय $t = 0$ से ω कोणीय वेग (angular velocity) से घूमना शुरू करता है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?



- (A) The net emf induced due to both the loops is proportional to $\cos \omega t$
 (B) The rate of change of the flux is maximum when the plane of the loops is perpendicular to plane of the paper
 (C) The amplitude of the maximum net emf induced due to both the loops is equal to the amplitude of maximum emf induced in the smaller loop alone
 (D) The emf induced in the loop is proportional to the sum of the area of the two loops
- (A) दोनों वलयों से उत्पन्न कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल $\cos \omega t$ से समानुपाती है
 (B) जब वलयों का तल कागज़ के तल से अभिलंब दिशा में होता है तब अभिवाह के परिवर्तन की दर अधिकतम होती है
 (C) दोनों वलयों से उत्पन्न अधिकतम कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल का आयाम, छोटे वलय में उत्पन्न अधिकतम प्रेषित विद्युत वाहक बल के आयाम के बराबर होगा
 (D) प्रेषित विद्युत वाहक बल वलयों के क्षेत्रफलों के योग के समानुपातिक है।

Ans.

Sol.

(BC)

$$\phi = BS \cos \theta = BS \cos \omega t$$

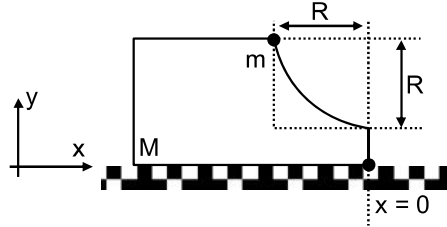
$$e = \left| \frac{d\phi}{dt} \right| = BS\omega \sin \omega t$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \text{max.} \Rightarrow \sin \omega t = 1 \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Net emf, (परिणामी विद्युत वाहक बल) } e = 2BA\omega \sin \omega t - BA\omega \sin \omega t$$

3. A block of mass M has a circular cut with a frictionless surface as shown. The block rests on the horizontal frictionless surface of a fixed table. Initially the right edge of the block is at $x = 0$, in a coordinate system fixed to the table. A point mass m is released from rest at the topmost point of the path as shown and it slides down. When the mass loses contact with the block, its position is x and the velocity is v . At the instant, which of the following options is/are correct ?

वक्ताकार चाप वाले एक गुटके का द्रव्यमान M है। ये गुटका एक घर्षण रहित मेज पर स्थित है। मेज के सापेक्ष (in a coordinate system fixed to the table) गुटके का दाहिना कोर (right edge) $x = 0$ पर स्थित है। द्रव्यमान m वाले एक बिन्दु कण (point mass) को वक्ताकार चाप के उच्चतम बिन्दु से विरामावस्था से छोड़ा जाता (released from rest) है। ये बिन्दु कण वक्ताकार पथ पर नीचे की ओर सरकता है। जब बिन्दु कण गुटके से संपर्क विहीन हो जाता है, तब उसकी तात्क्षणिक स्थिति x और गति v है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?



- (A) The velocity of the point mass m is : $v = \sqrt{\frac{2gR}{1 + \frac{m}{M}}}$
- (B) The x component of displacement of the center of mass of the block M is : $-\frac{mR}{M+m}$
- (C) The position of the point mass is : $x = -\sqrt{2} \frac{mR}{M+m}$
- (D) The velocity of the block M is : $V = -\frac{m}{M} \sqrt{2gR}$
- (A) बिन्दु कण (m) का वेग $v = \sqrt{\frac{2gR}{1 + \frac{m}{M}}}$ है
- (B) गुटके (M) के संहति केन्द्र के विस्थापन का x घटक (x co-ordinate) $-\frac{mR}{M+m}$ है
- (C) बिन्दु कण (m) का स्थान $x = -\sqrt{2} \frac{mR}{M+m}$ है
- (D) गुटके (M) का वेग $V = -\frac{m}{M} \sqrt{2gR}$ है

Ans. (AB)

Sol. If speed of point mass is v , then using conservation of linear momentum $V = \frac{mv}{M}$

यदि बिन्दु द्रव्यमान की चाल v हो तो रेखीय संवेग संरक्षण से, $V = \frac{mv}{M}$

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{mv}{M}\right)^2 ; \quad mgR = \frac{1}{2}mv^2\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{1 + \frac{m}{M}}} ; \quad X_M = -\left(\frac{mR}{M+m}\right)$$

4. A flat plate is moving normal to its plane through a gas under the action of a constant force F . The gas is kept at very low pressure. The speed of the plate v is much less than the average speed u of the gas molecules. Which of the following options is/are true ?

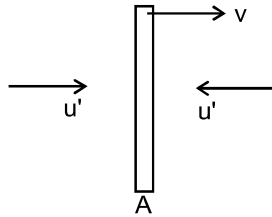
- (A) The pressure difference between the leading and trailing faces of the plate is proportional to uv .
- (B) At a later time the external force F balances the resistive force
- (C) The resistive force experienced by the plate is proportional to v
- (D) The plate will continue to move with constant non-zero acceleration, at all times

एक सपाट प्लेट (flat plate) अल्प दबाव के गैस (gas at low pressure) में, अपने तल की अभिलंब दिशा में, बाह्य बल F के प्रभाव में अग्रसरित है। प्लेट की गति v , गैस अणुओं के औसत गति u से बहुत कम है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?

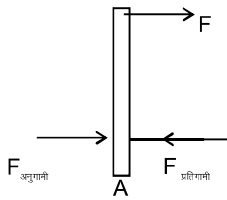
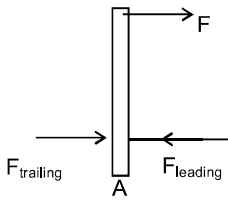
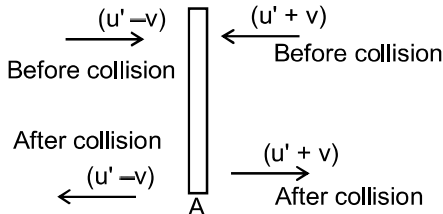
- (A) प्रतिगामी एवं अनुगामी पष्ठ के दबाव का अंतर uv के समानुपाती है।
- (B) कुछ समय के बाद बाह्य बल F और प्रतिरोधक बल संतुलित हो जाएंगे।
- (C) प्लेट द्वारा अनुभव हुआ प्रतिरोधक बल v के समानुपाती है।
- (D) प्लेट सर्वदा शुन्येतर स्थिर त्वरण (constant non-zero acceleration) से चलती रहेगी।

Ans. (ABC)

Sol. $u' = \alpha u$, $\alpha = \text{constant}$



w.r.t plane



$$F_{\text{leading}} = 2\rho A(u' + v)^2$$

$$F_{\text{trailing}} = 2\rho A(u' - v)^2$$

$$F_{\text{leading}} - F_{\text{trailing}} = 2\rho A(4u'v) = 8\rho Au'v$$

$$\text{Pressure difference} = \frac{F_{\text{leading}} - F_{\text{trailing}}}{\text{Area}} = 8\rho u'v = 8\rho\alpha uv$$

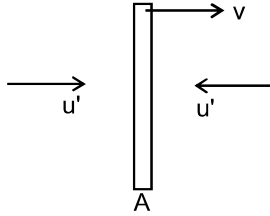
Net force on plate

$$F_{\text{net}} = F - 8\rho A\alpha uv = \frac{mdv}{dt}$$

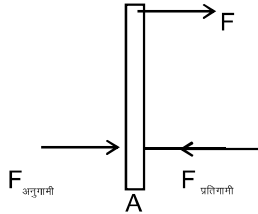
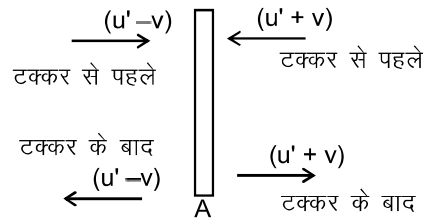
After long time v will be sufficient so $F = 8\rho A\alpha uv$

After that $v = \text{constant}$, i.e. plate will achieve terminal velocity.

Sol. $u' = \alpha u$, $\alpha = \text{नियत}$



प्लेट के सापेक्ष



$$F_{\text{प्रतिगामी}} = 2\rho A(u' + v)^2$$

$$F_{\text{अनुगामी}} = 2\rho A(u' - v)^2$$

$$F_{\text{प्रतिगामी}} - F_{\text{अनुगामी}} = 2\rho A(4u'v) = 8\rho Au'v$$

$$\text{दाबांतर} = \frac{F_{\text{प्रतिगामी}} - F_{\text{अनुगामी}}}{\text{क्षेत्रफल}} = 8\rho u'v = 8\rho \alpha uv$$

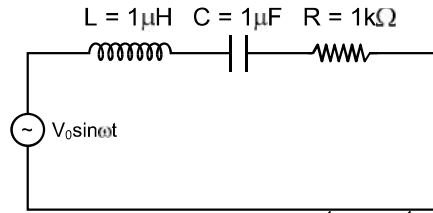
प्लेट पर कुल बल

$$F_{\text{कुल}} = F - 8\rho A\alpha uv = \frac{mdv}{dt}$$

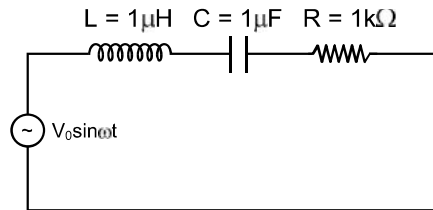
बहुत लम्बे समय बाद v पर्याप्त होगा अतः $F = 8\rho A\alpha uv$

इसके पश्चात् $v = \text{नियत}$, अतः प्लेट सीमान्त वेग प्राप्त करेगी।

5. In the circuit shown, $L = 1 \mu\text{H}$, $C = 1 \mu\text{F}$ and $R = 1 \text{k}\Omega$. They are connected in series with an a.c. source $V = V_0 \sin\omega t$ as shown. Which of the following options is/are correct ?



- (A) The current will be in phase with the voltage if $\omega = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$
 (B) At $\omega \gg 10^6 \text{ rad.s}^{-1}$, the circuit behaves like a capacitor
 (C) The frequency at which the current will be in phase with the voltage is independent of R
 (D) At $\omega \sim 0$ the current flowing through the circuit becomes nearly zero
 चित्र में दिखाये गए परिपथ $L = 1 \mu\text{H}$, $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 1 \text{k}\Omega$ है। एक परिवर्ती वोल्टता ($V = V_0 \sin\omega t$) स्रोत से श्रेणी संबंध है। निम्न में कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?



- (A) जब $\omega = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$ होगी तब विद्युत धारा (electric current) वोल्टता की समकला में होगी।
 (B) जब $\omega \gg 10^6 \text{ rad.s}^{-1}$, परिपथ संधारित्र (capacitor) की तरह व्यवहार करता है।
 (C) जब विद्युत धारा वोल्टता की समकला में होगी तो वह आवर्ति R पर निर्भर नहीं करेगी।
 (D) जब $\omega \sim 0$ होगी तब परिपथ में बहती धारा शून्य के निकट होगी।

Ans.

Sol.

(CD) Current will be in phase with voltage at resonant frequency.
 अनुनादी आवृत्ति पर धारा तथा वोल्टता समान कला में होंगे।

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^6 \text{ sec}^{-1}$$

If यदि $\omega > \omega_0$ Circuit behaves like inductive. परिपथ प्रेरकीय होगा।

If यदि $\omega \sim 0$ $Z \rightarrow \infty \Rightarrow I \rightarrow 0$

6. For an isosceles prism of angle A and refractive index μ , it is found that the angle of minimum deviation $\delta_m = A$. Which of the following options is/are correct ?

(A) At minimum deviation, the incident angle i_1 and the refracting angle r_1 at the first refracting surface are related by $r_1 = \left(\frac{i_1}{2}\right)$

(B) For this prism, the refractive index μ and the angle of prism A are related as $A = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{\mu}{2}\right)$

(C) For the angle of incidence $i_1 = A$, the ray inside the prism is parallel to the base of the prism

(D) For this prism, the emergent ray at the second surface will be tangential to the surface when the

angle of incidence at the first surface is $i_1 = \sin^{-1} \left[\sin A \sqrt{4 \cos^2 \frac{A}{2} - 1} - \cos A \right]$

एक समद्विबाहु प्रिज्म का प्रिज्म कोण A है। (isosceles prism of angle A)। इस प्रिज्म का अपवर्तनांक μ है। इस प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण (angle of minimum deviation) $\delta_m = A$ है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं।

- (A) न्यूनतम विचलन में आपतित कोण i_1 एवं प्रथम अपवर्तक तल के अपवर्तक कोण $r_1 = \left(\frac{i_1}{2}\right)$ द्वारा संबंधित है।
 (B) प्रिज्म का अपवर्तनांक μ एवं प्रिज्म कोण (A) , $A = \frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$ द्वारा संबंधित हैं।
 (C) जब प्रिज्म का आपतन कोण $i_1 = A$, है तब प्रिज्म के भीतर प्रकाश किरण प्रिज्म के आधार के समान्तर होगी।
 (D) जब पहले तल पर आपतन कोण $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A \sqrt{4 \cos^2 \frac{A}{2} - 1} - \cos A\right]$ है, तब इस प्रिज्म के लिए द्वितीय तल से निर्गत किरण प्रिज्म के पष्ठ से स्पर्शीय होगी (tangential to the emergent surface)

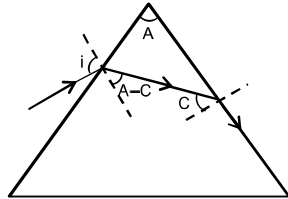
Ans. (AD)
Sol.

$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{A + \delta_{\min}}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{\sin A}{\sin \frac{A}{2}} = 2 \cos \frac{A}{2}$$

$$\sin i = \mu \sin \frac{A}{2} \Rightarrow \sin i = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = \sin A$$

$$i = A \quad r_1 = \frac{A}{2}$$

$$A = 2 \cos^{-1}(\mu/2)$$



$$\sin C = \frac{1}{\mu}, \quad \cos C = \sqrt{1 - \frac{1}{\mu^2}}$$

$$\sin i = \mu \sin(A - C) = \mu(\sin A \cos C - \cos A \sin C)$$

$$= \mu \left(\sin A \sqrt{1 - \frac{1}{\mu^2}} - \frac{\cos A}{\mu} \right) = \left(\sin A \sqrt{\mu^2 - 1} - \cos A \right) = \left(\sin A \sqrt{4 \cos^2 \frac{A}{2} - 1} - \cos A \right)$$

$$i = \sin^{-1} \left(\sin A \sqrt{4 \cos^2 \frac{A}{2} - 1} - \cos A \right)$$

(C)

Incident and emergent side may or may not be equal, even if the prism is isosceles. Therefore light ray refracted from the first surface may or may not be parallel to the base.

So 'C' is not correct.

हांलाकि प्रिज्म समद्विबाहु है, आपतित तथा पारगमित भुजा समान हो भी सकती है अथवा नहीं भी। इसलिए प्रथम सतह से अपवर्तित प्रकाश किरण आधार के समान्तर हो भी सकती है अथवा नहीं भी।

इसलिए 'C' गलत है।

7. A human body has surface area of approximately 1m^2 . The normal body temperature is 10K above the surrounding room temperature T_0 . Take the room temperature to be $T_0 = 300\text{K}$. For $T_0 = 300\text{K}$, the value of $\sigma T_0^4 = 460\text{Wm}^{-2}$ (where σ is the Stefan-Boltzmann constant). Which of the following options is/are correct ?

- (A) If the surrounding temperature reduces by a small amount $\Delta T_0 \ll T_0$, then to maintain the same body temperature the same (living) human being needs to radiate $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ more energy per unit time.
- (B) Reducing the exposed surface area of the body (e.g. by curling up) allows humans to maintain the same body temperature while reducing the energy lost by radiation
- (C) If the body temperature rises significantly then the peak in the spectrum of electromagnetic radiation emitted by the body would shift to longer wavelengths
- (D) The amount of energy radiated by the body in 1 second is close to 60 joules

मानवीय पष्ठीय क्षेत्रफल लगभग 1m^2 होता है मानव शरीर का तापमान परिवेश के तापमान से 10K अधिक होता है। परिवेश तापमान $T_0 = 300\text{K}$ है, इस परिवेश तापमान के लिए $\sigma T_0^4 = 460\text{Wm}^{-2}$ है जहाँ σ स्टीफान-बोल्जमान नियतांक (Stefan-Boltzmann constant) है। निम्न में कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?

- (A) परिवेश तापमान अगर ΔT_0 से घटता है ($\Delta T_0 \ll T_0$) तब मानव शरीर को तापमान का अनुरक्षण करने के लिए

$\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ अधिक ऊर्जा विकिरित करनी पड़ती है।

- (B) पष्ठीय क्षेत्रफल घटाने (जैसे : सिकुड़ने से) से मानव अपने शरीर से विकिरित ऊर्जा घटाते हैं एवं अपने शरीर का तापमान अनुरक्षित करते हैं।

- (C) मानवीय शरीर के तापमान में अगर सार्थक वृद्धि हो तब प्रकाश चुम्बकीय विकिरण स्पेक्ट्रम की शिखर तरंग दैर्घ्य (the electromagnetic spectrum) दीर्घ तरंग दैर्घ्य की ओर विस्थापित होती है।

- (D) मानवीय शरीर से 1 सैकण्ड में निकटतम विकिरित ऊर्जा 60 जूल (60 joules) है।

Ans. (ABD)

Sol. (A) $W_1 = 4\sigma T_0^3 (\Delta T)$
 $W_2 = 4\sigma T_0^3 (\Delta T + \Delta T_0)$
 $W_2 - W_1 = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$

(B) $\lambda_m T = b \Rightarrow T \uparrow, \lambda_m \downarrow$

(D) $W_1 = 4 \frac{\sigma T_0^4}{T_0} \Delta T = \frac{4(460)}{300} (10) = \frac{184}{3} = 61.33\text{J}$

Note : While giving answer (A) and (D) it is assumed that energy radiated refers the net radiation. If energy radiated is taken as only emission then (A) and (D) will not be included in answer.

नोट : यदि विकिरित ऊर्जा, कुल विकिरण से सम्बन्धित है तो (A) तथा (D) विकल्प सही है। यदि विकिरित ऊर्जा केवल उत्सर्जन से सम्बन्धित है तो (A) तथा (D) गलत होंगे।

SECTION – 2 : (Maximum Marks : 15)

- This section contains **FIVE** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9, both inclusive.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.
Zero Marks : 0 In all other cases.

खंड 2 : (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में **पाँच** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

8. A drop of liquid of radius $R = 10^{-2}$ m having surface tension $S = \frac{0.1}{4\pi} \text{Nm}^{-1}$ divides itself into K identical drops. In this process the total change in the surface energy $\Delta U = 10^{-3}$ J. If $K = 10^\alpha$ then the value of α is :

पष्ठ-तनाव (surface tension) $S = \frac{0.1}{4\pi} \text{Nm}^{-1}$ के द्रव के एक बूंद की त्रिज्या $R = 10^{-2}$ m है, जिसे K समरूप बूंदों में

विभाजित किया गया है। पष्ठ-उर्जा का बदलाव $\Delta U = 10^{-3}$ Joules है। यदि $K = 10^\alpha$ है तब α का मान होगा।

Ans. (6)

Sol. $R = K^{1/3}r$

$$\Delta U = S.K.4\pi r^2 - S.4\pi R^2$$

$$\Delta U = 4\pi S \left[K \cdot \frac{R^2}{K^{2/3}} - R^2 \right]$$

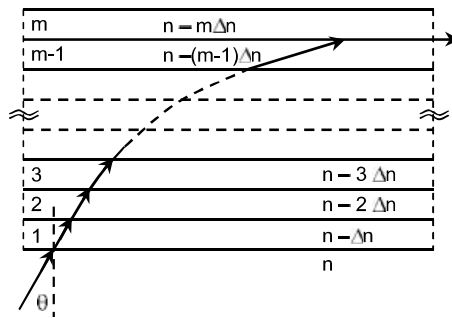
$$= 0.1 \times 10^{-4} [K^{1/3} - 1] = 10^{-3}$$

$$K^{1/3} - 1 = 10^2$$

$$K^{1/3} = 101 = (10^\alpha)^{1/3} \quad \alpha = 6$$

9. A monochromatic light is travelling in a medium of refractive index $n = 1.6$. It enters a stack of glass layers from the bottom side at an angle $\theta = 30^\circ$. The interfaces of the glass layers are parallel to each other. The refractive indices of different glass layers are monotonically decreasing as $n_m = n - m\Delta n$, where n_m is the refractive index of the m^{th} slab and $\Delta n = 0.1$ (see the figure). The ray is refracted out parallel to the interface between the $(m - 1)^{\text{th}}$ and m^{th} slabs from the right side of the stack. What is the value of m ?

एकवर्णी प्रकाश (monochromatic light) अपवर्तनांक $n = 1.6$ वाले माध्यम में प्रगामी है। यह प्रकाश काँच की चीती (stack of glass layers) पर निचले सतह से $\theta = 30^\circ$ कोण पर आपतित होता है (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है)। काँचों के स्तर परस्पर समांतर हैं। काँच के चीती के अपवर्तनांक एकदिष्ट $n_m = n - m\Delta n$, क्रम से घट रहे हैं। यहाँ m स्तर का अपवर्तनांक n_m है और $\Delta n = 0.1$ है। प्रकाश किरण $(m - 1)$ एवं m स्तर के पृष्ठतल से समांतर दिशा में दाई ओर से बाहर निकलता है। तब m का मान होगा ?



Ans. (8 or Bonus)

Sol. $1.6\sin\theta = (n - m\Delta n)\sin 90^\circ$

$$1.6\sin\theta = n - m\Delta n$$

$$1.6 \times \frac{1}{2} = 1.6 - m(0.1)$$

$$0.8 = 1.6 - m(0.1)$$

$$m \times 0.1 = 0.8$$

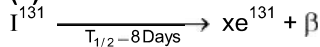
$$m = 8$$

Note : Mathematically answer is 8, but this value of refractive index is physically impossible.

नोट: गणितीय उत्तर 8 है, परन्तु अपवर्तनांक हेतु यह मान वास्तविकता में सम्भव नहीं है।

10. ^{131}I is an isotope of Iodine that β decays to an isotope of Xenon with a half-life of 8 days. A small amount of a serum labelled with ^{131}I is injected into the blood of a person. The activity of the amount of ^{131}I injected was 2.4×10^5 Becquerel (Bq). It is known that the injected serum will get distributed uniformly in the blood stream in less than half an hour. After 11.5 hours, 2.5 ml of blood is drawn from the person's body, and gives an activity of 115 Bq. The total volume of blood in the person's body, in liters is approximately (you may use $e^x \approx 1 + x$ for $|x| \ll 1$ and $\ln 2 \approx 0.7$).
- आयोडीन का समस्थानिक (isotope) ^{131}I , जिसकी अर्ध-आयु 8 दिन है, β -क्षय के कारण जेनों (Xenon) के समस्थानिक में क्षयित होता है। अल्प मात्रा का ^{131}I चिह्नित (labelled) सीरम (serum) मानव शरीर में अन्तःक्षिप्त (inject) किया गया, जिस मात्रा की अँक्टिवता (activity) 2.4×10^5 बेकेरेल (Becquerel) है। यह सीरम रूधिर धारा में आधे घंटे में एकसमान वितरित होता है। अगर 11.5 घंटे बाद 2.5 ml रक्त 115 बेकेरेल की अँक्टिवता दर्शाता है, तब मानव शरीर में रक्त आयतन (लीटर में) है (आप $e^x \approx 1 + x$ for $|x| \ll 1$ एवं $\ln 2 \approx 0.7$ का उपयोग कर सकते हैं।)

Ans. (5)
Sol.



$$A_0 = 2.4 \times 10^5 \text{ Bq} = \lambda N_0$$

Let the volume is V,

माना कि आयतन V है,

$$t = 0 \quad A_0 = \lambda N_0$$

$$t = 11.5 \text{ Hrs} \quad A = \lambda N$$

$$115 = \lambda \left(\frac{N}{V} \times 2.5 \right)$$

$$115 = \frac{\lambda}{V} \times 2.5 \times (N_0 e^{-\lambda t})$$

$$115 = \frac{(N_0 \lambda)}{V} \times (2.5) \times e^{-\frac{\ln 2}{8 \text{ day}} \cdot (11.5 \text{ Hr})}$$

$$115 = \frac{(2.4 \times 10^5)}{V} \times (2.5) \times e^{-1/24}$$

$$V = \frac{2.4 \times 10^5}{115} \times 2.5 \left[1 - \frac{1}{24} \right]$$

$$= \frac{2.4 \times 10^5}{115} \times 2.5 \left[\frac{23}{24} \right]$$

$$= \frac{10^5 \times 23 \times 25}{115 \times 10^2} = 5 \times 10^3 \text{ ml} = 5 \text{ liter}$$

11. An electron in a hydrogen atom undergoes a transition from an orbit with quantum number n_i to another with quantum number n_f . V_i and V_f are respectively the initial and final potential energies of the electron.

If $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, then the smallest possible n_f is :

एक हाइड्रोजन परमाणु का एक इलेक्ट्रॉन n_i क्वांटम संख्या (quantum number) वाले कक्ष से n_f क्वांटम संख्या (quantum number) के कक्ष में प्रवेश करता है। V_i तथा V_f प्राथमिक एवं अंतिम स्थितिज उर्जाएँ हैं। यदि $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$,

तब n_f की न्यूनतम सम्भावी संख्या (smallest possible n_f) है

Ans. (5)

Sol. $PE = -\frac{27.2}{n^2}$

$$\frac{v_f}{v_i} = \frac{-\frac{27.2}{n_f^2}}{-\frac{27.2}{n_i^2}} = \frac{1}{6.25}$$

$$6.25 = \frac{n_f^2}{n_i^2}$$

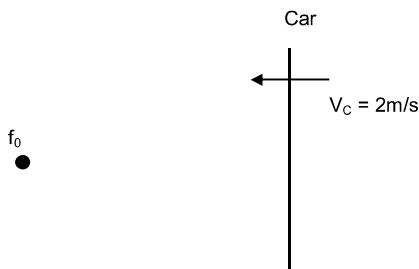
$$\frac{n_f}{n_i} = 2.5 = \frac{5}{2}$$

Answer. 5

- 12.** A stationary source emits sound of frequency $f_0 = 492$ Hz. The sound is reflected by a large car approaching the source with a speed of 2ms^{-1} . The reflected signal is received by the source and superposed with the original. What will be the beat frequency of the resulting signal in Hz ? (Given that the speed of sound in air is 330ms^{-1} and the car reflects the sound at the frequency it has received).

एक स्थिर स्रोत आवृत्ति $f_0 = 492$ Hz की ध्वनि उत्सर्जित करता है। 2ms^{-1} के गति से अपगमनी कार से यह ध्वनि परावर्तित होती है। ध्वनि स्रोत परावर्तित संकेत को प्राप्त कर के मूल संकेत पर अध्यारोपित (superposed) करता है। तब परिणामी सिग्नल की विस्पन्द-आवृत्ति (beat frequency) है (ध्वनि की गति 330ms^{-1} है। कार ध्वनि को उसकी प्राप्त हुई आवृत्ति पर परावर्तित करती है।)

Ans. (6)
Sol.



Frequency observed at car कार को प्रेक्षित आवृत्ति

$$f_1 = f_0 \left(\frac{V + V_c}{V} \right)$$

Frequency of reflected sound as observed at the source

परावर्तित ध्वनि की आवृत्ति जो स्रोत द्वारा प्रेक्षित की गई है

$$f_2 = f_1 \left(\frac{V}{V - V_c} \right) = f_0 \left(\frac{V + V_c}{V - V_c} \right)$$

beat frequency विस्पन्द आवृत्ति $= f_2 - f_0$

$$= f_0 \left[\frac{V + V_c}{V - V_c} - 1 \right] = f_0 \left[\frac{2V_c}{V - V_c} \right] = 492 \times \frac{2 \times 2}{330 - 2} = 6 \text{ beat/s}$$

SECTION – 3 : (Maximum Marks : 18)

- This section contains **SIX** questions of matching type.
- This section contains **TWO** tables (each having 3 columns and 4 rows).
- Based on each table, there are **THREE** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
 Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.
 Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
 Negative Marks : -1 In all other cases.

खंड 3 : (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के छः प्रश्न हैं।
- इस खंड में दो टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कॉलम और 4 पंक्तियां हैं)
- प्रत्येक टेबल पर आधारित **तीन** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें **केवल एक विकल्प सही है।**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे** :
 पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
 शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
 ऋण अंक: -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Answer Q.13, Q14 and Q.15 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलनों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.13, Q14 और Q.15 के उत्तर दीजिए।

A charged particle (electron or proton) is introduced at the origin ($x = 0, y = 0, z = 0$) with a given initial velocity \vec{v} . A uniform electric field \vec{E} and a uniform magnetic field \vec{B} exist everywhere. The velocity \vec{v} , electric field \vec{E} and magnetic field \vec{B} are given in column 1,2 and 3, respectively. The quantities E_0, B_0 are positive in magnitude.

	Column -1		Column -2		Column -3
(I)	Electron with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(i)	$\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P)	$\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II)	Electron with $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$	(ii)	$\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q)	$\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III)	Electron with $\vec{v} = 0$	(iii)	$\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R)	$\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV)	Electron with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(iv)	$\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S)	$\vec{B} = B_0\hat{z}$

एक चार्जयुक्त कण (इलेक्ट्रॉन या प्रोटॉन) आरंभिक गति \vec{v} से मूल बिन्दु ($x = 0, y = 0, z = 0$) पर प्रस्तुत (introduced) होता है। स्थिर तथा एकसमान विद्युत क्षेत्र \vec{E} एवं चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} सर्वत्र उपस्थित है। कण की गति \vec{v} , विद्युत क्षेत्र \vec{E} तथा चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} निम्न कॉलमों 1, 2 एवं 3, में क्रमशः दर्शाये गये हैं। E_0, B_0 के मान धनात्मक हैं।

कॉलम-1	कॉलम-2	कॉलम-3
(I) इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(i) $\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P) $\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II) इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$ से	(ii) $\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q) $\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III) प्रोटॉन $\vec{v} = 0$ से	(iii) $\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R) $\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV) प्रोटॉन $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(iv) $\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S) $\vec{B} = B_0\hat{z}$

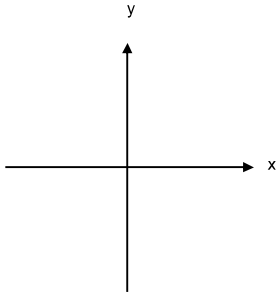
13. In which case will the particle move in a straight line with constant velocity ?

किस स्थिति में कण अचल गति से सीधी रेखा में चलन करता है।

- (A) (IV) (i) (S) (B) (III) (ii) (R) (C) (II) (iii) (S) (D) (III) (iii) (P)

Ans. (C)

Sol.



For constant velocity नियत वेग हेतु

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B})$$

Ans. (C)

$$-E_0\hat{x} = -\left[\frac{E_0}{B_0}\hat{y} \times B_0\hat{z}\right]$$

14. In which case will the particle describe a helical path with axis along the positive z direction ?
 किस स्थिति में कण +z अक्ष अनुदिश कुंडलिनी पथ (helical path along the positive z-axis) का अनुसरण करेगा ?
 (A) (IV) (i) (S) (B) (II) (ii) (R) (C) (III) (iii) (P) (D) (IV) (ii) (R)

Ans. (A)

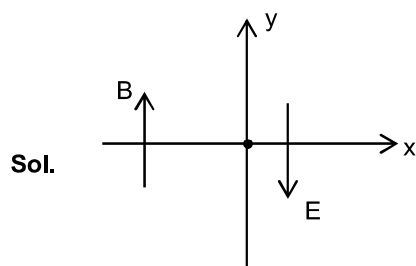
Sol. For helix with axis along positive z-direction magnetic field should be along z-direction.
 सर्पिलाकार पथ जिसका अक्ष z-दिशा के अनुदिश है, इस पथ हेतु चुम्बकीय क्षेत्र z-दिशा के अनुदिश होना चाहिए।

15. In which case would the particle move in a straight line along the negative direction of y-axis (i.e, move along $-\hat{y}$) ?

किसी स्थिति में कण सीधी रेखा में ऋणात्मक y-अक्ष (negative y-axis) की दिशा में चलेगा ?

- (A) (III) (ii) (R) (B) (IV) (ii) (S) (C) (III) (ii) (P) (D) (II) (iii) (Q)

Ans. (A)



Force due to Electric field is along $-y$ axis and force due to \vec{B} is zero.

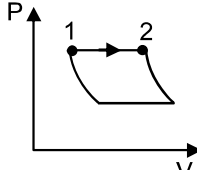
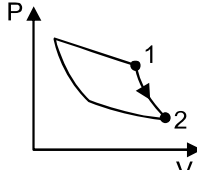
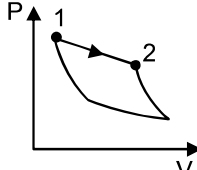
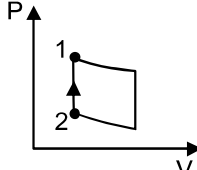
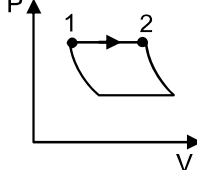
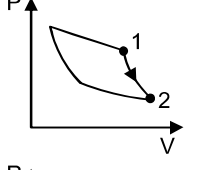
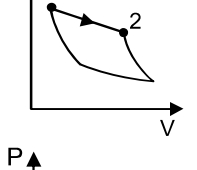
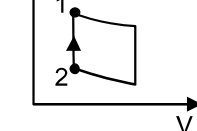
विद्युत क्षेत्र के कारण बल $-y$ अक्ष के अनुदिश है तथा चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} के कारण बल शून्य है।

Answer Q.16. Q17 and Q.18 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलनों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.16. Q17 और Q.18 के उत्तर दीजिए।

An ideal gas is undergoing a cyclic thermodynamic process in different ways as shown in the corresponding $P - V$ diagrams in column 3 of the table. Consider only the path from state 1 to state 2. W denotes the corresponding work done on the system. The equations and plots in the table have standard notations as used in thermodynamic process. Here γ is the ratio of heat capacities at constant pressure and constant volume. The number of moles in the gas is n .

एक आदर्श गैस (ideal gas) विभिन्न चक्रीय उष्मपातिक प्रक्रमों से गुजरता है। यह निम्न कॉलम 3 में $P-V$ ओरख द्वारा दर्शाया गया है। केवल स्थिति 1 से स्थिति 2 जानेवाले पथ की ओर ध्यान दें। इस पथपर निकाय पर हुआ कार्य W है (work on the system) यहाँ γ नियम दाब एवं नियत आयतन ऊष्मा-धारिताओं का अनुपात है (ratio of the heat capacities) गैस मोलों (moles) की संख्या n है।

Column -1	Column -2	Column -3
(I) $W_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$	(i) Isothermal	(P) 
(II) $W_{1 \rightarrow 2} = -PV_2 + PV_1$	(ii) Isochoric	(Q) 
(III) $W_{1 \rightarrow 2} = 0$	(iii) Isobaric	(R) 
(IV) $W_{1 \rightarrow 2} = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$	(iv) Adiabatic	(S) 
कॉलम-1	कॉलम -2	कॉलम -3
(I) $W_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$	(i) समतापीय	(P) 
(II) $W_{1 \rightarrow 2} = -PV_2 + PV_1$	(ii) समआयतनिक (Isochoric)	(Q) 
(III) $W_{1 \rightarrow 2} = 0$	(iii) समदाबीय	(R) 
(IV) $W_{1 \rightarrow 2} = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$	(iv) रुधोष्म (Adiabatic)	(S) 

16. Which of the following options is the only correct representation of a process in which $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$?

निम्न विकल्पों में कौन सा संयोजन $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$ प्रक्रिया का अकेले सही प्रतिनिधित्व करता है ?

(A) (II) (iii) (P) (B) (II) (iii) (S) (C) (III) (iii) (P) (D) (II) (iv) (R)

Ans. (A)

17. Which one of the following options is the correct combination ?

निम्न विकल्पों में कौन सा संयोजन सही है ?

(A) (II) (iv) (P) (B) (IV) (ii) (S) (C) (II) (iv) (R) (D) (III) (ii) (S)

Ans. (D)

18. Which one of the following options correctly represents a thermodynamics process that is used as a correction in the determination of the speed of sound in an ideal gas ?

निम्न विकल्पों में से कौन सा संयोजन आदर्श गैस में ध्वनि की गति की माप के संशोधन में प्रयुक्त ऊष्मागतिक प्रक्रिया को सही दर्शाता है।

(A) (III) (iv) (R) (B) (I) (ii) (Q) (C) (IV) (ii) (R) (D) (I) (iv) (Q)

Ans. (D)

Sol. 16 to 18

I. $W = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$ (iv) Adiabatic रुद्धोष्म Q

II. $W = -P(V_2 - V_1)$ (iii) Isobaric समदाबीय P

III. $W = 0$ (ii) Isochoric समआयतनिय S

IV. $W = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$ (i) Isothermal समतापीय R

Paper-1
JEE Advanced, 2017
Part III: Mathematics

Read the instructions carefully:

General:



1. This sealed booklet is your Question Paper. Do not break the seal till you are instructed to do so.
2. The question paper CODE is printed on the left hand top corner of this sheet and the right hand top corner of the back cover of this booklet.
3. Use the Optical Response Sheet (ORS) provided separately for answering the questions.
4. The paper CODE is printed on its left part as well as the right part of the ORS. Ensure that both these codes are identical and same as that on the question paper booklet. If not, contact the invigilator.
5. Blank spaces are provided within this booklet for rough work.
6. Write your name and roll number in the space provided on the back cover of this booklet.
7. After breaking the seal of the booklet at 9:00 am, verify that the booklet contains 36 pages and that all the 54 questions along with the options are legible. If not, contact the invigilator for replacement of the booklet.
8. You are allowed to take away the Question Paper at the end of the examination.

Optical Response Sheet

9. The ORS (top sheet) will be provided with an attached Candidate's Sheet (bottom sheet). The Candidate's Sheet is a carbon – less copy of the ORS.
10. Darken the appropriate bubbles on the ORS by applying sufficient pressure. This will leave an impression at the corresponding place on the Candidate's Sheet.
11. The ORS will be collected by the invigilator at the end of the examination.
12. You will be allowed to take away the Candidate's Sheet at the end of the examination.
13. Do not tamper with or mutilate the ORS. Do not use the ORS for rough work.

14. Write your name, roll number and code of the examination center, and sign with pen in the space provided for this purpose on the ORS. Do not write any of these details anywhere else on the ORS. Darken the appropriate bubble under each digit of your roll number.

Darken the Bubbles on the ORS

15. Use a Black Ball Point Pen to darken the bubbles on the ORS.
16. Darken the bubble  completely.
17. The correct way of darkening a bubble is as: 
18. The ORS is machine – gradable. Ensure that the bubbles are darkened in the correct way.
19. Darken the bubbles only if you are sure of the answer. There is no way to erase or “un-darken” a darkened bubble.

SECTION – 1 : (Maximum Marks : 28)

- This section contains **SEVEN** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct.
- For each question, darken the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
 Full Marks : +4 If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is(are) darkened.
 Partial Marks : +1 For darkening a bubble corresponding to **each correct option**, provided NO incorrect option is darkened.
 Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
 Negative Marks : -2 In all other cases.
- For example, if (A), (C) and (D) are all the correct options for a question, darkening all these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks and darkening (A) and (B) will get -2 marks, as a wrong option is also darkened.

खंड 1 : (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में सात प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :
- पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
- आंशिक अंक : +1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
- शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
- ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में
- उदाहारण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) तथा (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगे ; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगे तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर -2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

37. Let X and Y be two events such that $P(X) = \frac{1}{3}$, $P(X|Y) = \frac{1}{2}$ and $P(Y|X) = \frac{2}{5}$. Then

माना कि X और Y इस प्रकार की दो घटनायें (events) हैं कि $P(X) = \frac{1}{3}$, $P(X|Y) = \frac{1}{2}$ और $P(Y|X) = \frac{2}{5}$ है। तब

(A) $P(Y) = \frac{4}{15}$ (B) $P(X'|Y) = \frac{1}{2}$ (C) $P(X \cup Y) = \frac{2}{5}$ (D) $P(X \cap Y) = \frac{1}{5}$

Ans. (A,B)

Sol.

$$\frac{P(X \cap Y)}{P(Y)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{P(Y \cap X)}{P(X)} = \frac{2}{5}$$

$$P(X \cap Y) = \frac{P(Y)}{2} = \frac{2}{5} P(X) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15} \Rightarrow P(Y) = \frac{4}{15}$$

$$\frac{P(\bar{X} \cap Y)}{P(Y)} = \frac{P(Y) - P(X \cap Y)}{P(Y)} = \frac{\frac{4}{15} - \frac{2}{15}}{\frac{4}{15}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) = \frac{1}{3} + \frac{4}{15} - \frac{2}{15} = \frac{7}{15}$$

38. Let $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, 1)$ be a continuous function. Then, which of the following function(s) has (have) the value zero at some point in the interval $(0, 1)$?

माना कि $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, 1)$ एक सतत् फलन (continuous function) है। तब निम्न फलनों में से कौन से फलन (नों) का (के) मान अन्तराल (interval) $(0, 1)$ के किसी बिन्दु पर शून्य होगा

(A) $e^x - \int_0^x f(t) \sin t \, dt$

(B) $f(x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \sin t \, dt$

(C) $x - \int_0^{\frac{\pi}{2}-x} f(t) \cos t \, dt$

(D) $x^9 - f(x)$

Ans. (C,D)

Sol. $e^x \in (1, e)$ for $x \in (0, 1)$ के लिए

and और $0 < \int_0^x f(t) \sin t \, dt < 1$ in $(0, 1) \Rightarrow$ (A) is wrong (असत्य है)

$f(x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \sin t \, dt > 0 \Rightarrow$ (B) is wrong (असत्य है)

Let माना $g(x) = x - \int_0^{\frac{\pi}{2}-x} f(t) \cos t \, dt \Rightarrow g(0) = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cos t \, dt < 0$

$g(1) = 1 - \int_0^{\frac{\pi}{2}-1} f(t) \cos t \, dt > 0 \Rightarrow$ (C) is correct (सत्य है)

Let माना $h(x) = x^9 - f(x)$

$h(0) = -f(0) < 0$

$h(1) = 1 - f(1) > 0 \Rightarrow$ (D) is correct (सत्य है)

39. Let a, b, x and y be real numbers such that $a - b = 1$ and $y \neq 0$. If the complex number $z = x + iy$ satisfies $\operatorname{Im} \left(\frac{az+b}{z+1} \right) = y$, then which of the following is(are) possible value(s) of x ?

माना कि a, b, x और y इस प्रकार की वास्तविक संख्यायें (real numbers) हैं कि $a - b = 1$ और $y \neq 0$ है। यदि सम्मिश्र संख्या (complex number) $z = x + iy$, $\operatorname{Im} \left(\frac{az+b}{z+1} \right) = y$ को सन्तुष्ट करती है, तब निम्न में से कौन सा(से) x का(के) सम्भावित मान है(हैं) ?

- (A) $1 - \sqrt{1+y^2}$ (B) $-1 - \sqrt{1-y^2}$ (C) $1 + \sqrt{1+y^2}$ (D) $-1 + \sqrt{1-y^2}$

Ans. (B,D)

Sol.
$$\frac{a(x+iy)+b}{x+iy+1} = \frac{ax+b+iaiy}{x+1+iy} \times \frac{(x+1)-iy}{(x+1)-iy} = \frac{(ax+b)(x+1)+ay^2}{(x+1)^2+y^2} + \frac{i(ay(x+1)-y(ax+b))}{(x+1)^2+y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{ay(x+1)-y(ax+b)}{(x+1)^2+y^2} = y \quad \Rightarrow \frac{ay-by}{(x+1)^2+y^2} = y \quad (\because a-b=1, y \neq 0)$$

$$\Rightarrow (x+1)^2+y^2 = 1 \quad \Rightarrow x+1 = \pm \sqrt{1-y^2} \quad \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{1-y^2}$$

40. If $2x - y + 1 = 0$ is a tangent to the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$, then which of the following CANNOT be sides of a right angled triangle ?

यदि $2x - y + 1 = 0$ अतिपरवलय (hyperbola) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$ की स्पर्शरेखा (tangent) है तो निम्न में से कौन सी समकोणीय त्रिभुज (right angled triangle) की भुजायें नहीं हो सकती है(हैं) ?

- (A) $a, 4, 1$ (B) $2a, 4, 1$ (C) $a, 4, 2$ (D) $2a, 8, 1$

Ans. (A,C,D)

Sol. $y = 2x + 1$ is tangent to $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$ की स्पर्श रेखा $y = 2x + 1$ है।

$c^2 = a^2m^2 - b^2$

$1 = 4a^2 - 16 \Rightarrow a^2 = \frac{17}{4}$

[check if जाँचें कि $p^2 = q^2 + r^2$]

41. Let $[x]$ be the greatest integer less than or equals to x . Then, at which of the following point(s) the function $f(x) = x \cos(\pi(x + [x]))$ is discontinuous ?

माना कि x से छोटा या x के समान सबसे बड़ा पूर्णांक (integer) $[x]$ है। तब $f(x) = x \cos(\pi(x + [x]))$, निम्न में से किन बिन्दु(ओं) पर असतत (discontinuous) है ?

- (A) $x = -1$ (B) $x = 1$ (C) $x = 0$ (D) $x = 2$

Ans. (A,B,D)

Sol. $f(x) = x \cos(\pi(x + [x]))$
 Check continuity at $x = n$
 ($x = n$ पर सतत्ता की जाँच करने पर)
 $f(n) = n \cos 2n\pi = n$
 $f(n^+) = n \cos 2n\pi = n$
 $f(n^-) = n \cos(2n-1)\pi = -n$
 It is discontinuous at all integer points except 0
 (यह 0 को छोड़कर सभी पूर्णाकों पर सतत् है।)

42. Which of the following is(are) NOT the square of a 3×3 matrix with real entries?
 निम्न में से कौनसा(से) वास्तविक संख्याओं के 3×3 आव्यूह (matrix) का वर्ग (square) नहीं है(हैं)?

(A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Ans. (A,C)

Sol. $A = B^2 \Rightarrow |A| = |B|^2 = +ve$

(A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1(-1) = \text{negative (ऋणात्मक)}$

Matrix B can not be possible (आव्यूह B सम्भव नहीं हैं)

(B) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1(1-0) = \text{positive (धनात्मक)}$

Matrix B can be possible (आव्यूह B सम्भव हैं)

Ex. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 = \text{negative (ऋणात्मक)}$

Matrix B can not be possible (आव्यूह B सम्भव नहीं हैं)

(D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 = \text{positive (धनात्मक)}$

Matrix B can be I (आव्यूह B, I सम्भव हैं)

43. If a chord, which is not a tangent, of the parabola $y^2 = 16x$ has the equation $2x + y = p$, and midpoint (h, k) , then which of the following is(are) possible value(s) of p , h and k ?
 यदि परवलय (parabola) $y^2 = 16x$ की एक जीवा (chord), जो स्पर्शरेखा (tangent) नहीं है, का समीकरण $2x + y = p$ तथा मध्यबिन्दु (midpoint) (h, k) है, तो निम्न में से p , h एवं k के सम्भावित मान हैं(हैं)?
- (A) $p = -1, h = 1, k = -3$ (B) $p = 2, h = 3, k = -4$
 (C) $p = -2, h = 2, k = -4$ (D) $p = 5, h = 4, k = -3$

Ans. (B)

Sol. $8x - ky + (k^2 - 8h) = 0$

$$2x + y - p = 0$$

Comparing coefficients of x , y and constant term, we get

x , y तथा अचर पदों के गुणाकों की तुलना करने पर

$$4 = -k = \frac{k^2 - 8h}{-p}$$

$$k = -4$$

$$16 - 8h = -4p$$

$$4 - 2h = -p \Rightarrow p = 2h - 4$$

SECTION - 2 : (Maximum Marks : 15)

- This section contains **FIVE** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9, both inclusive.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
 Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.
 Zero Marks : 0 In all other cases.

खंड 2 : (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में **पाँच** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :
- पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
- शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

44. For a real number α , if the system

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

of linear equations, has infinitely many solutions, then $1 + \alpha + \alpha^2 =$

वास्तविक संख्या (real number) α के लिए, यदि रैखिक समीकरण निकाय (system of linear equations)

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

के अनन्त हल (infinitely many solutions) हैं, तब $1 + \alpha + \alpha^2 =$

Ans. (1)

Sol. $D = 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} (1+\alpha+\alpha^2) & (2\alpha+1) & (\alpha^2+\alpha+1) \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} (1+\alpha+\alpha^2) & (2\alpha+1) & 0 \\ \alpha & 1 & 0 \\ \alpha^2 & \alpha & 1-\alpha^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (1-\alpha^2)(1+\alpha+\alpha^2-2\alpha^2-\alpha) = 0 \Rightarrow (1-\alpha^2) = 0$$

$$\alpha = -1 \quad \text{or} \quad 1$$

for $\alpha = 1$, system of linear equations has no solution

$\alpha = 1$ के लिए सरल रेखा निकाय का कोई हल नहीं है।

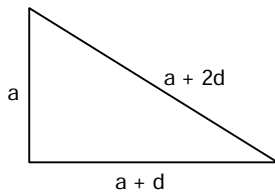
$$\therefore \alpha = -1 \quad \text{so अतः } 1 + \alpha + \alpha^2 = 1$$

- 45.** The sides of a right angled triangle are in arithmetic progression. If the triangle has area 24, then what is the length of its smallest side?

एक समकोणीय त्रिभुज (right angled triangle) की भुजायें समान्तर श्रेढी (arithmetic progression) में हैं। यदि इसका क्षेत्रफल 24 है तब इसकी सबसे छोटी भुजा की लम्बाई क्या है?

Sol. (6)

Sol.



$$\frac{1}{2}a(a+d) = 24 \quad \Rightarrow \quad a(a+d) = 48 \quad \dots\dots(1)$$

$$a^2 + (a+d)^2 = (a+2d)^2 \Rightarrow 3d^2 + 2ad - a^2 = 0$$
$$(3d - a)(a + d) = 0$$

$$\Rightarrow 3d = a \quad (\because a + d \neq 0)$$

$$\Rightarrow d = 2$$

$$a = 6$$

so smallest side = 6

अतः सबसे छोटी भुजा = 6

46. Let $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be a differentiable function such that $f(0) = 0$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ and $f'(0) = 1$. If

$$g(x) = \int_x^{\frac{\pi}{2}} [f'(t) \operatorname{cosec} t - \cot t \operatorname{cosec} t f(t)] dt \text{ for } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right], \text{ then } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) =$$

माना कि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ इस प्रकार का अवकलनीय फलन (differentiable function) है कि $f(0) = 0$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ एवम्

$f'(0) = 1$ है। यदि $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ के लिये $g(x) = \int_x^{\frac{\pi}{2}} [f'(t) \operatorname{cosec} t - \cot t \operatorname{cosec} t f(t)] dt$ है, तब $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) =$

Ans. (2)

Sol.
$$g(x) = \int_x^{\pi/2} \frac{d}{dt} (f(t) \operatorname{cosec} t) dt$$

$$g(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(x) \operatorname{cosec} x$$

$$g(x) = 3 - f(x) \operatorname{cosec} x$$

$$g(x) = 3 - \frac{f(x)}{\sin x}$$

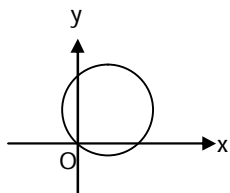
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} g(x) &= 3 - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x} \\ &= 3 - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{\cos x} = 3 - \frac{1}{1} = 2 \end{aligned}$$

47. For how many values of p , the circle $x^2 + y^2 + 2x + 4y - p = 0$ and the coordinate axes have exactly three common points?

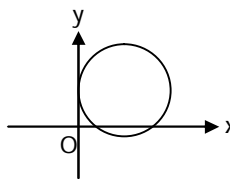
p के कितने मानों के लिये वृत्त (circle) $x^2 + y^2 + 2x + 4y - p = 0$ एवम् निर्देशांक अक्षों (coordinate axes) में केवल तीन बिन्दु उभयनिष्ठ (common) है?

Ans. (2)

Sol. Case-I Passing through origin $\Rightarrow p = 0$



Case-II Touches y-axis and cuts x-axis



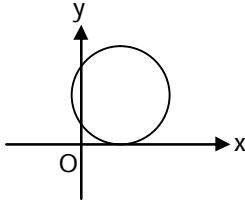
$$f^2 - c = 0 \text{ \& } g^2 - c > 0$$

$$4 + p = 0 \quad 1 + p > 0$$

$$p = -4$$

Not possible

Case-III Touches x-axis and cuts y-axis

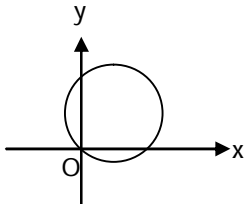


$$f^2 - c > 0 \text{ \& } g^2 - c = 0$$

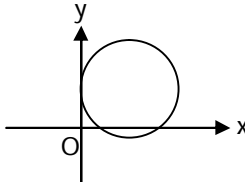
$$4 + p > 0 \quad 1 + p = 0$$

So two value of p are possible

Hindi Case-I मूल बिन्दु से गुजरता है $\Rightarrow P = 0$



Case-II y- अक्ष को स्पष्ट करता है, तथा x- अक्ष को काटता है।



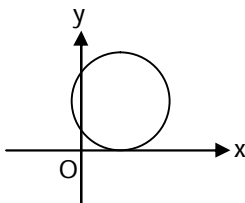
$$f^2 - c = 0 \text{ \& } g^2 - c > 0$$

$$4 + p = 0 \quad 1 + p > 0$$

$$p = -4$$

संभव नहीं

Case-III x- अक्ष को स्पष्ट करता है, तथा y- अक्ष को काटता है।



$$f^2 - c > 0 \text{ \& } g^2 - c = 0$$

$$4 + p > 0 \quad 1 + p = 0$$

अतः p के दो मान सम्भव है।

48. Words of length 10 are formed using the letters A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. Let x be the number of such words where no letter is repeated; and let y be the number of such words where exactly one letter is repeated twice and no other letter is repeated. Then, $\frac{y}{9x} =$

अक्षरों A, B, C, D, E, F, G, H, I, J से 10 लम्बाई के शब्द बनाये जाते हैं। माना कि x इस तरह के उन शब्दों की संख्या है जिनमें किसी भी अक्षर की पुनरावृत्ति नहीं होती है, तथा y इस तरह के उन शब्दों की संख्या है जिन में केवल एक

अक्षर की पुनरावृत्ति दो बार होती है व किसी अन्य अक्षर की पुनरावृत्ति नहीं होती है। तब $\frac{y}{9x} =$

Ans. (5)

Sol. A, B, C, D, E, F, G, H, I, J

$$x = 10!$$

$$y = {}^{10}C_1 \cdot {}^{10}C_2 \cdot 8! \cdot {}^9C_8$$

$$\frac{y}{9x} = \frac{{}^{10}C_1 \cdot {}^{10}C_2 \cdot 8! \cdot 9}{9 \times 10!} = \frac{10! \times 45}{9 \times 10!} = 5$$

SECTION – 3 : (Maximum Marks : 18)

- This section contains **SIX** questions of matching type.
- This section contains **TWO** tables (each having 3 columns and 4 rows).
- Based on each table, there are **THREE** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
 Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.
 Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
 Negative Marks : -1 In all other cases.

खंड 3 : (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में सुमेल प्रकार के छः प्रश्न हैं।
- इस खंड में दो टेबल हैं (प्रत्येक टेबल में 3 कॉलम और 4 पंक्तियां हैं)
- प्रत्येक टेबल पर आधारित तीन प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें केवल एक विकल्प सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे** :
 पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
 शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Answer Q.49, Q.50 and Q.51 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

Columns 1, 2 and 3 contain conics, equations of tangents to the conics and points of contact, respectively.		
Column-1	Column-2	Column-3
(I) $x^2 + y^2 = a^2$	(i) $my = m^2x + a$	(P) $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$
(II) $x^2 + a^2y^2 = a^2$	(ii) $y = mx + a\sqrt{m^2 + 1}$	(Q) $\left(\frac{-ma}{\sqrt{m^2 + 1}}, \frac{a}{\sqrt{m^2 + 1}}\right)$
(III) $y^2 = 4ax$	(iii) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 - 1}$	(R) $\left(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{a^2m^2 + 1}}\right)$
(IV) $x^2 - a^2y^2 = a^2$	(iv) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + 1}$	(S) $\left(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2 - 1}}, \frac{-1}{\sqrt{a^2m^2 - 1}}\right)$

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 49, 50 एवं 51 के उत्तर दीजिये।

कॉलम 1, 2 तथा 3 में क्रमशः कॉनिक (conic) पर स्पर्शरेखा (tangent) का समीकरण तथा स्पर्शबिन्दु (point of contact) दिये गये हैं।		
कॉलम 1	कॉलम 2	कॉलम 3
(I) $x^2 + y^2 = a^2$	(i) $my = m^2x + a$	(P) $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$
(II) $x^2 + a^2y^2 = a^2$	(ii) $y = mx + a\sqrt{m^2 + 1}$	(Q) $\left(\frac{-ma}{\sqrt{m^2 + 1}}, \frac{a}{\sqrt{m^2 + 1}}\right)$
(III) $y^2 = 4ax$	(iii) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 - 1}$	(R) $\left(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{a^2m^2 + 1}}\right)$
(IV) $x^2 - a^2y^2 = a^2$	(iv) $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + 1}$	(S) $\left(\frac{-a^2m}{\sqrt{a^2m^2 - 1}}, \frac{-1}{\sqrt{a^2m^2 - 1}}\right)$

49. For $a = \sqrt{2}$, if a tangent is drawn to a suitable conic (Column 1) at the point of contact $(-1, 1)$, then which of the following options is the only CORRECT combination for obtaining its equation ?

$a = \sqrt{2}$ के लिये उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) पर एक स्पर्शरेखा खींची जाती है जिसका स्पर्शबिन्दु $(-1, 1)$, तब निम्न में से कौन सा विकल्प इस स्पर्शरेखा का समीकरण प्राप्त करने का केवल सही संयोजन है?

- (A) (I) (ii) (Q) (B) (I) (i) (P) (C) (III) (i) (P) (D) (II) (ii) (Q)

Ans. (A)

Sol. For $a = \sqrt{2}$, the equation of the circle is : $x^2 + y^2 = 2$

Equation of tangent at $(-1, 1)$ is: $-x + y = 2$

$$\text{Point of contact: } \left(\frac{-ma}{\sqrt{m^2 + 1}}, \frac{a}{\sqrt{m^2 + 1}}\right) \Rightarrow \left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow (-1, 1)$$

Hindi $a = \sqrt{2}$ के लिए वृत्त का समीकरण: $x^2 + y^2 = 2$

$(-1, 1)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण $-x + y = 2$

$$\text{स्पर्श बिन्दु } \left(\frac{-ma}{\sqrt{m^2+1}}, \frac{a}{\sqrt{m^2+1}} \right) \Rightarrow \left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) \Rightarrow (-1, 1)$$

50. The tangent to a suitable conic (Column 1) at $\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ is found to be $\sqrt{3}x + 2y = 4$, then which of the following options is the only CORRECT combination?

यदि उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) के बिन्दु $\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ पर स्पर्शरेखा $\sqrt{3}x + 2y = 4$ है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प

केवल सही संयोजन है ?

(A) (IV) (iv) (S) (B) (II) (iv) (R) (C) (IV) (iii) (S) (D) (II) (iii) (R)

Ans. (B)

Sol. (A) $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$

$$\text{Equation of tangent at } \left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right) \text{ is: } x\sqrt{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{4}.$$

\therefore option (A) is incorrect.

(B) Satisfying the point $\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ in the curve $x^2 + a^2y^2 = a^2$, we get $3 + \frac{a^2}{4} = a^2$

$$\Rightarrow \frac{3a^2}{4} = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \quad \therefore \text{the conic is: } x^2 + 4y^2 = 4$$

$$\text{Equation of tangent at } \left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right) \text{ is: } \sqrt{3}x + 2y = 4$$

Hindi (A) $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$

$$\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right) \text{ पर स्पर्श रेखा का समीकरण } x\sqrt{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{4}.$$

\therefore विकल्प (A) असत्य है

(B) वक्र $x^2 + a^2y^2 = a^2$ में बिन्दु $\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ रखने पर

$$3 + \frac{a^2}{4} = a^2 \Rightarrow \frac{3a^2}{4} = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \quad \therefore \text{वक्र } x^2 + 4y^2 = 4 \text{ है।}$$

$$\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right) \text{ पर स्पर्श रेखा } \sqrt{3}x + 2y = 4$$

51. If a tangent to a suitable conic (Column 1) is found to be $y = x + 8$ and its point of contact is $(8, 16)$, then which of the following options is the only CORRECT combination?
 यदि उपयुक्त कौनिक (कॉलम 1) के स्पर्शबिन्दु $(8, 16)$, पर स्पर्शरेखा $y = x + 8$ है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है ?

- (A) (III) (i) (P) (B) (I) (ii) (Q) (C) (II) (iv) (R) (D) (III) (ii) (Q)

Ans. (A)

Sol. The equation of given tangent is: $y = x + 8$
 Satisfying the point $(8, 16)$ in the curve $y^2 = 4ax$ we get, $a = 8$.

Now comparing the given tangent with the general tangent to the parabola, $y = mx + \frac{a}{m}$,
 we get $m = 1$.

Point of contact is $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right) \Rightarrow (8, 16)$

Hindi : दी गई स्पर्श रेखा का समीकरण $y = x + 8$

वक्र $y^2 = 4ax$ में बिन्दु $(8, 16)$ रखने पर $a = 8$.

अब दी गई स्पर्श रेखा की तुलना परवलय की व्यापक स्पर्श रेखा $y = mx + \frac{a}{m}$ से करने पर
 $m = 1$.

स्पर्श बिन्दु $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right) \Rightarrow (8, 16)$

Answer Q.52, Q.53 and Q.54 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

Let $f(x) = x + \log_e x - x \log_e x$, $x \in (0, \infty)$ <ul style="list-style-type: none"> • Column1 contains information about zeros of $f(x)$, $f'(x)$ and $f''(x)$. • Column2 contains information about the limiting behavior of $f(x)$, $f'(x)$ and $f''(x)$ at infinity. • Column3 contains information about increasing/decreasing nature of $f(x)$ and $f'(x)$. 		
Column-1	Column-2	Column-3
(I) $f(x) = 0$ for some $x \in (1, e^2)$	(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$	(P) f is increasing in $(0, 1)$
(II) $f'(x) = 0$ for some $x \in (1, e)$	(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$	(Q) f is decreasing in (e, e^2)
(III) $f'(x) = 0$ for some $x \in (0, 1)$	(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = -\infty$	(R) f' is increasing in $(0, 1)$
(IV) $f''(x) = 0$ for some $x \in (1, e)$	(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} f''(x) = 0$	(S) f' is decreasing in (e, e^2)

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 52, 53 एवं 54 के उत्तर दीजिये।

माना कि $f(x) = x + \log_e x - x \log_e x$, $x \in (0, \infty)$ है।		
<ul style="list-style-type: none"> • कॉलम 1 में $f(x)$, $f'(x)$ एवम् $f''(x)$ के शून्यों की सूचना दी गई है। • कॉलम 2 में $f(x)$, $f'(x)$ एवम् $f''(x)$ के अनन्त की तरफ सीमा पर व्यवहार (limiting behavior at infinity) की सूचना दी गई है। • कॉलम 3 में $f(x)$ एवम् $f'(x)$ के वर्धमान/ह्रासमान (increasing/decreasing) होने की प्रकृति (nature) की सूचना दी गई है। 		
कॉलम 1	कॉलम 2	कॉलम 3
(I) $f(x) = 0$ किसी $x \in (1, e^2)$ के लिये	(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$	(P) f (0, 1) वर्धमान है
(II) $f'(x) = 0$ किसी $x \in (1, e)$ के लिये	(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$	(Q) f में (e, e^2) ह्रासमान है
(III) $f'(x) = 0$ किसी $x \in (0, 1)$ के लिये	(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = -\infty$	(R) f' में $(0, 1)$ वर्धमान है
(IV) $f''(x) = 0$ किसी $x \in (1, e)$ के लिये	(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} f''(x) = 0$	(S) f' में (e, e^2) ह्रासमान है

52. Which of the following options is the only INCORRECT combination?
निम्न में से कौन सा विकल्प केवल गलत संयोजन (only INCORRECT combination) है?
(A) (I) (iii) (P) (B) (II) (iv) (Q) (C) (II) (iii) (P) (D) (III) (i) (R)
53. Which of the following options is the only CORRECT combination?
निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है ?
(A) (I) (ii) (R) (B) (III) (iv) (P) (C) (II) (iii) (S) (D) (IV) (i) (S)
54. Which of the following options is the only CORRECT combination?
निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है ?
(A) (III) (iii) (R) (B) (IV) (iv) (S) (C) (II) (ii) (Q) (D) (I) (i) (P)
- Ans. 52. (D) 53. (C) 54. (C)

Sol. $f(x) = x + \ln x - x \ln x$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x} - \ln x - x \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{1}{x} - \ln x$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} < 0 \quad \forall x \in (0, \infty)$$

$\therefore f'(x)$ is strictly decreasing function for $x \in (0, \infty)$

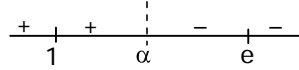
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ has only one real root in } (0, \infty)$$

$$f'(1) = 1 > 0$$

$$f'(e) = \frac{1}{e} - 1 < 0$$

$\therefore f'(x) = 0$ has one root in $(1, e)$

Let $f'(\alpha) = 0$, where $\alpha \in (1, e)$



$\therefore f(x)$ is increasing in $(0, \alpha)$ and decreasing in (α, ∞)

$$f(1) = 1 \text{ and } f(e^2) = e^2 + 2 - 2e^2 = 2 - e^2 < 0$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ has one root in $(1, e^2)$

From column 1 : I and II are correct.

From column 2 : ii, iii, and iv are correct.

From column 3 : P, Q, S are correct

Hindi : $f(x) = x + \ln x - x \ln x$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x} - \ln x - x \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{1}{x} - \ln x$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} < 0 \quad \forall x \in (0, \infty)$$

$\therefore f'(x)$, $x \in (0, \infty)$ में निरन्तर ह्रासमान है

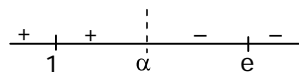
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ का केवल एक वास्तविक मूल } (0, \infty) \text{ में है}$$

$$f'(1) = 1 > 0$$

$$f'(e) = \frac{1}{e} - 1 < 0$$

$\therefore f'(x) = 0$ का एक मूल $(1, e)$ में है।

माना $f'(\alpha) = 0$, जहाँ $\alpha \in (1, e)$



$\therefore f(x)$, $(0, \alpha)$ में वर्धमान तथा (α, ∞) में ह्रासमान

$$f(1) = 1 \text{ और } f(e^2) = e^2 + 2 - 2e^2 = 2 - e^2 < 0$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ का एक मूल $(1, e^2)$ में है।

स्तम्भ 1 से : I और II सत्य है।

स्तम्भ 2 : ii, iii, तथा iv सत्य है।

स्तम्भ 3 : P, Q, S सत्य है।

Paper-1
JEE Advanced, 2017
Part II: Chemistry

Read the instructions carefully:

General:



1. This sealed booklet is your Question Paper. Do not break the seal till you are instructed to do so.
2. The question paper CODE is printed on the left hand top corner of this sheet and the right hand top corner of the back cover of this booklet.
3. Use the Optical Response Sheet (ORS) provided separately for answering the questions.
4. The paper CODE is printed on its left part as well as the right part of the ORS. Ensure that both these codes are identical and same as that on the question paper booklet. If not, contact the invigilator.
5. Blank spaces are provided within this booklet for rough work.
6. Write your name and roll number in the space provided on the back cover of this booklet.
7. After breaking the seal of the booklet at 9:00 am, verify that the booklet contains 36 pages and that all the 54 questions along with the options are legible. If not, contact the invigilator for replacement of the booklet.
8. You are allowed to take away the Question Paper at the end of the examination.

Optical Response Sheet

9. The ORS (top sheet) will be provided with an attached Candidate's Sheet (bottom sheet). The Candidate's Sheet is a carbon – less copy of the ORS.
10. Darken the appropriate bubbles on the ORS by applying sufficient pressure. This will leave an impression at the corresponding place on the Candidate's Sheet.
11. The ORS will be collected by the invigilator at the end of the examination.
12. You will be allowed to take away the Candidate's Sheet at the end of the examination.
13. Do not tamper with or mutilate the ORS. Do not use the ORS for rough work.

14. Write your name, roll number and code of the examination center, and sign with pen in the space provided for this purpose on the ORS. Do not write any of these details anywhere else on the ORS. Darken the appropriate bubble under each digit of your roll number.

Darken the Bubbles on the ORS

15. Use a Black Ball Point Pen to darken the bubbles on the ORS.
16. Darken the bubble  completely.
17. The correct way of darkening a bubble is as: 
18. The ORS is machine – gradable. Ensure that the bubbles are darkened in the correct way.
19. Darken the bubbles only if you are sure of the answer. There is no way to erase or “un-darken” a darkened bubble.

SECTION – 1 : (Maximum Marks : 28)

- This section contains **SEVEN** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct.
- For each question, darken the bubble(s) corresponding to **all** the correct option(s) in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
Full Marks : +4 If only the bubble(s) corresponding to **all** the correct option(s) is(are) darkened.
Partial Marks : +1 For darkening a bubble corresponding to **each correct option**, provided NO incorrect option is darkened.
Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks : -2 In all other cases.
- For example, if (A), (C) and (D) are **all** the correct options for a question, darkening **all** these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks and darkening (A) and (B) will get -2 marks, as a wrong option is also darkened.

19. An ideal gas is expanded from (p_1, V_1, T_1) to (p_2, V_2, T_2) under different conditions. The correct statement(s) among the following is (are)

- (A) The work done by the gas is less when it is expanded reversibly from V_1 to V_2 under adiabatic conditions as compared to that when expanded reversibly from V_1 to V_2 under isothermal conditions
(B) The change in internal energy of the gas is (i) zero, if it is expanded reversibly with $T_1 = T_2$, and (ii) positive, if it is expanded reversibly under adiabatic conditions with $T_1 \neq T_2$
(C) If the expansion is carried out freely, it is simultaneously both isothermal as well as adiabatic
(D) The work done on the gas is maximum when it is compressed irreversibly from (p_2, V_2) to (p_1, V_1) against constant pressure p_1

एक आदर्श गैस को (p_1, V_1, T_1) से (p_2, V_2, T_2) तक विभिन्न अवस्थाओं के अधीन फैलाया गया है। निम्नलिखित विकल्पों में सही कथन है(हैं)

(A) जब V_1 से V_2 तक रूद्धोष्म अवस्था के अधीन इसका उत्क्रमणीय (reversibly) फैलाव किया जाय तो गैस द्वारा किया गया कार्य V_1 से V_2 तक समतापी (isothermal) अवस्थाओं के अधीन उत्क्रमणीय फैलाव में किये गये कार्य की तुलना में कम है।

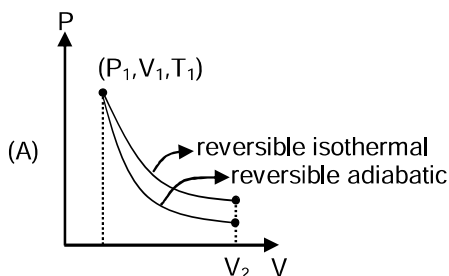
(B) गैस की आंतरिक ऊर्जा में बदलाव (i) शून्य है यदि इसे $T_1 = T_2$ के साथ फैलाव उत्क्रमणीय (reversibly) तरीके से किया जाए, और (ii) धनात्मक है यदि इसे $T_1 \neq T_2$ के साथ रूद्धोष्म (adiabatic) परिस्थितियों के अधीन उत्क्रमणीय (reversibly) फैलाव किया जाय

(C) यदि फैलाव मुक्त रूप से किया जाय तो यह साथ-साथ दोनों समतापी (isothermal) एवं रूद्धोष्म (adiabatic) हैं।

(D) जब इसे अनुत्क्रमणीय तरीके से (irreversibly) (p_2, V_2) से (p_1, V_1) तक स्थिर दाब p_1 के विरुद्ध दबाया जाता है तो गैस के ऊपर किया गया कार्य अधिकतम होता है।

Ans. (ACD)

Sol.



Area under curve in reversible isothermal is more. So, more work will be done by gas.

(B) $T_1 = T_2 \Rightarrow \Delta U = nC_V\Delta T = 0$

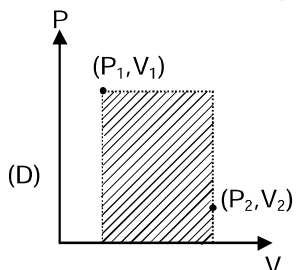
In reversible adiabatic expansion, $T_2 < T_1$

$\therefore \Delta T = -ve \therefore \Delta U = -ve$

(C) In Free expansion, $P_{ext} = 0 \therefore W = 0$

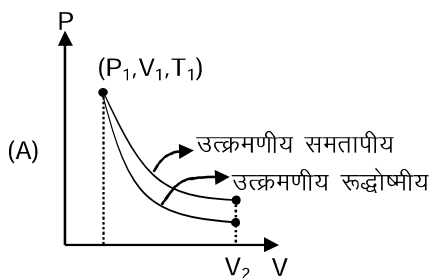
If carried out isothermally ($\Delta U = 0$) $\Rightarrow q = 0$ (Adiabatic) ; From I law

If carried out adiabatically ($q = 0$) $\Rightarrow \Delta U = 0$ (Isothermal) ; From I law



During irreversible compression, maximum work is done on the gas (corresponding to shaded area)

हल :



उत्क्रमणीय समतापीय प्रसार प्रक्रम में आरेख के नीचे का क्षेत्रफल अधिक है, इस प्रकार गैस द्वारा किया गया कार्य भी अधिक होगा।

(B) $T_1 = T_2 \Rightarrow \Delta U = nC_V\Delta T = 0$

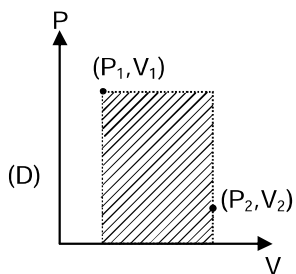
उत्क्रमणीय रूद्धोष्मीय प्रसार में, $T_2 < T_1$

$\therefore \Delta T = -ve \therefore \Delta U = -ve$

(C) मुक्त प्रसार में, $P_{ext} = 0 \therefore W = 0$

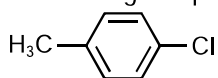
यदि समतापीय रूप से सम्पन्न होता है, ($\Delta U = 0$) $\Rightarrow q = 0$ (रूद्धोष्मीय) ; I नियम से

यदि रूद्धोष्मीय रूप से सम्पन्न होता है, ($q = 0$) $\Rightarrow \Delta U = 0$ (समतापीय) ; I नियम से



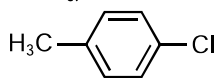
अनुक्रमणीय सम्पीडन के दौरान गैस पर किया गया कार्य अधिकतम होता है। (छायांकित क्षेत्रफल के अनुसार)

20. The IUPAC name(s) of the following compound is (are)



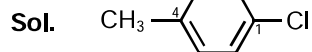
- (A) 4-methylchlorobenzene (B) 4-chlorotoluene
(C) 1-chloro-4-methylbenzene (D) 1-methyl-4-chlorobenzene

निम्नलिखित यौगिक का (के) आई.यू.पी.ऍ.सी.(IUPAC) नाम है (हैं)



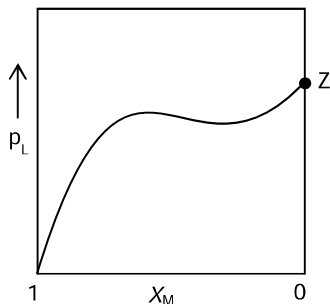
- (A) 4-मैथिलक्लोरो बेंजीन (B) 4-क्लोरो टोलुइन
(C) 1-क्लोरो-4-मैथिल बेंजीन (D) 1-मैथिल-4-क्लोरोबेंजीन

Ans. (BC)



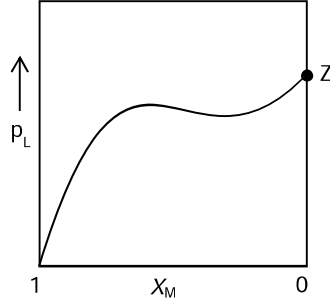
- (C) 1-Chloro-4-methyl Benzene. (C) 1-क्लोरो-4-मेथील बेंजीन
(B) 4-Chlorotoluene (B) 4-क्लोरोटोलुईन

21. For a solution formed by mixing liquids **L** and **M**, the vapour pressure of **L** plotted against the mole fraction of **M** in solution is shown in the following figure. Here x_L and x_M represent mole fractions of **L** and **M**, respectively, in the solution. The correct statement(s) applicable to this system is (are)



- (A) The point **Z** represents vapour pressure of pure liquid **M** and Raoult's law is obeyed from $x_L=0$ to $x_L=1$
(B) Attractive intermolecular interactions between **L-L** in pure liquid **L** and **M-M** in pure liquid **M** are stronger than those between **L-M** when mixed in solution
(C) The point **Z** represents vapour pressure of pure liquid **M** and Raoult's law is obeyed when $x_L \rightarrow 0$
(D) The point **Z** represents vapour pressure of pure liquid **L** and Raoult's law is obeyed when $x_L \rightarrow 1$

L और M द्रवों के मिश्रण द्वारा बनाये एक विलयन में द्रव M के ग्राम-अणुक भिन्न (mole fractions) के विरुद्ध द्रव L के वाष्प दाब को चित्र में दिखाया गया है। यहाँ x_L और x_M , L और M के क्रमशः ग्राम-अणुक भिन्नों को निरूपित करते हैं। इस निकाय का (के) उपयुक्त सही कथन है (हैं)



- (A) बिंदु Z शुद्ध द्रव M के वाष्प दाब को निरूपित करता है और $x_L = 0$ से $x_L = 1$ तक राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है।
- (B) शुद्ध द्रव L में L-L के बीच में और शुद्ध द्रव M में M-M के बीच में अंतरा-अणुक क्रियाएं L-M के बीच में अंतरा-अणुक क्रियाओं से प्रबल हैं जब उन्हें विलयन में मिश्रित किया जाता है।
- (C) बिंदु Z शुद्ध द्रव M के वाष्प दाब को निरूपित करता है और जब $x_L \rightarrow 0$ तो राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है।
- (D) बिंदु Z शुद्ध द्रव L के वाष्प दाब को निरूपित करता है और जब $x_L \rightarrow 1$ तो राउल्ट का नियम (Raoult's law) का पालन होता है।

Ans. (BD)

Sol. For a mixture of two liquids L and M,

For ideal solution obey Raoult's law

$$P_L = (1 - X_M)P_L^0 = P_L^0 - X_M P_L^0$$

Graph between P_L & X_M has intercept = P_L^0 & slope = -ve

But graph representing +ve deviation from Raoult's law therefore $M-L < M-M$ or $L-L$

Point Z represents intercept which is P_L^0 when $X_L \rightarrow 1$

हल : L तथा M दो द्रवों के मिश्रण के लिए,

आदर्श विलयन के लिए राउल्ट नियम की अनुपालना होती है।

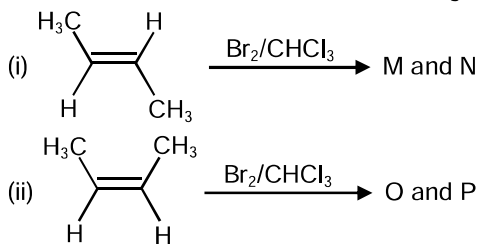
$$P_L = (1 - X_M)P_L^0 = P_L^0 - X_M P_L^0$$

P_L तथा X_M के मध्य आरेख का अन्तःखण्ड = P_L^0 तथा ढाल = -ve

परन्तु आरेख राउल्ट नियम से धनात्मक विचलन दर्शाता है। इसलिए $M-L < M-M$ or $L-L$

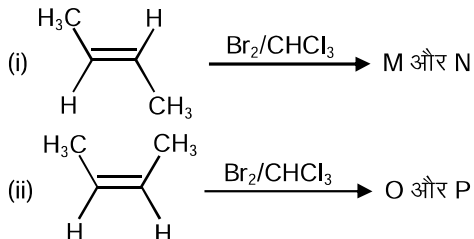
बिन्दु Z अन्तःखण्ड दर्शाता है, जो कि P_L^0 है। जब $X_L \rightarrow 1$

22. The correct statement(s) for the following addition reactions is (are)



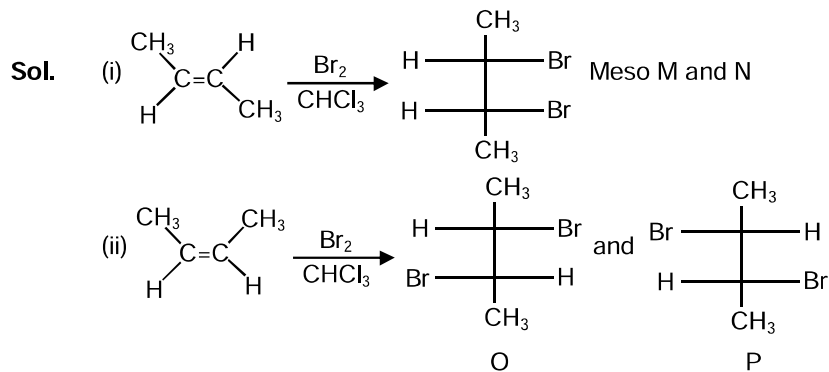
- (A) (M and O) and (N and P) are two pairs of enantiomers
 (B) Bromination proceeds through trans-addition in both the reactions
 (C) O and P are identical molecules
 (D) (M and O) and (N and P) are two pairs of diastereomers

निम्नलिखित संकलन अभिक्रियाओं (addition reactions) के लिए सही कथन है (हैं)

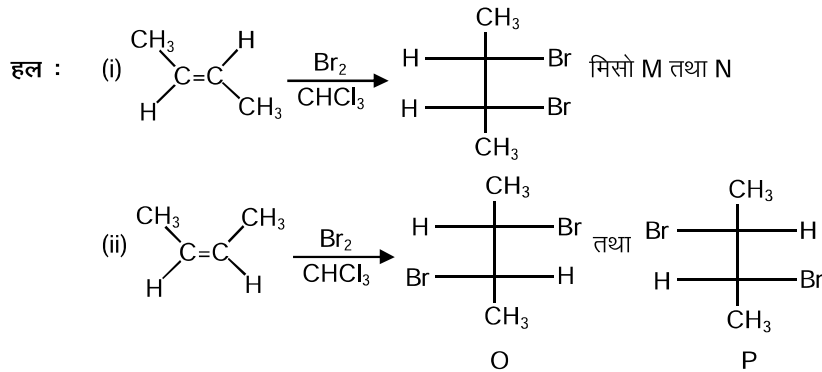


- (A) (M और O) और (N और P) एनन्टीओमेरो (enantiomers) के दो युगल हैं
 (B) दोनों अभिक्रियाओं में ब्रोमिनिकरण ट्रांस संकलन द्वारा बढ़ता है
 (C) O और P समरूप अणु हैं
 (D) (M और O) और (N और P) डाईस्टीरिओमेरो (diastereomers) के दो युगल हैं

Ans. (BD)



- (B) Bromination proceeds through trans-addition in both the reactions
 (D) M and N are identical, hence, M and O and N and P are two set of diastereomers.



(B) दोनों अभिक्रियाओं में ब्रोमीनीकरण ट्रांस-योगात्मक अभिक्रिया के द्वारा होता है।

(D) M तथा N समरूप है। अतः M तथा O, N तथा P विवरिम समावयवीयों के दो युग्म है।

23. Addition of excess aqueous ammonia to a pink coloured aqueous solution of $\text{MCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ (**X**) and NH_4Cl gives an octahedral complex **Y** in the presence of air. In aqueous solution, complex **Y** behaves as 1 : 3 electrolyte. The reaction of **X** with excess HCl at room temperature results in the formation of a blue coloured complex **Z**. The calculated spin only magnetic moment of **X** and **Z** is 3.87 B.M., whereas it is zero for complex **Y**.

Among the following options, which statement(s) is (are) correct?

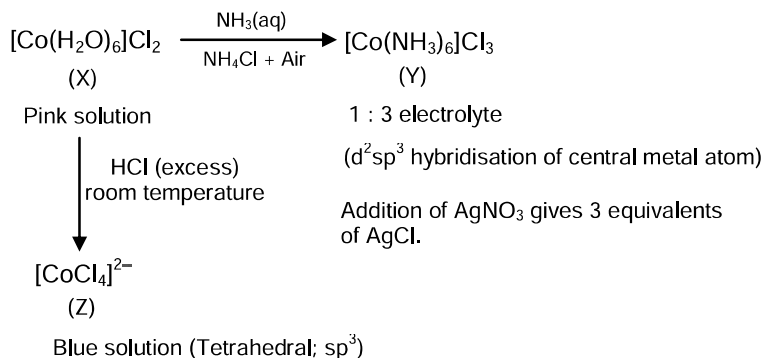
- (A) The hybridization of the central metal ion in **Y** is d^2sp^3
 (B) Addition of silver nitrate to **Y** gives only two equivalents of silver chloride
 (C) When **X** and **Z** are in equilibrium at 0°C , the colour of the solution is pink
 (D) **Z** is a tetrahedral complex

एक गुलाबी रंग वाले $\text{MCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ (**X**) और NH_4Cl के जलीय विलयन में आधिक्य जलीय अमोनिया के मिलाने पर, वायु की उपस्थिति में एक अष्टफलकीय संकर (octahedral complex) **Y** देता है। जलीय विलयन में संकर **Y** 1 : 3 विद्युत अपघट्य (electrolyte) की तरह व्यवहार करता है। सामान्य ताप पर आधिक्य HCl के साथ **X** की अभिक्रिया के परिणाम स्वरूप एक नीले रंग का संकर **Z** बनता है। **X** और **Z** का परिकल्पित प्रचकरण मात्र चुम्बकीय आघूर्ण (spin only magnetic moment) 3.87 B.M. है, जबकि यह संकर **Y** के लिए शून्य है। निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही है (हैं)?

- (A) **Y** में केन्द्रीय धातु आयन का संकरण (hybridization) d^2sp^3 है।
 (B) **Y** में सिल्वर नाइट्रेट मिलाने पर सिल्वर क्लोराइड के केवल दो समतुल्य मिलते हैं।
 (C) जब 0°C पर **X** और **Z** साम्यावस्था में है तो विलयन का रंग गुलाबी है।
 (D) **Z** एक चतुष्फलकीय (tetrahedral) संकर है।

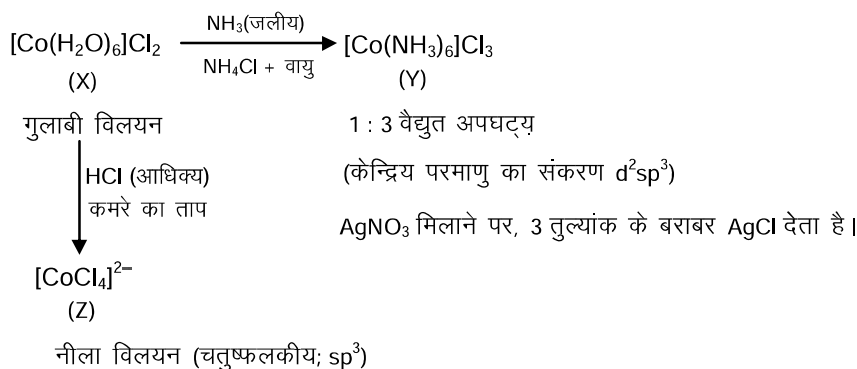
Ans. (ACD)

Sol.



X & Z in equilibrium at 0°C ⇒ Then equilibrium is shifted towards X, making colour of solution pink

हल :



X तथा Z साम्य अवस्था में है 0°C ताप पर ⇒ तब साम्य अवस्था X की ओर विस्थापित होती है तथा विलयन का रंग गुलाबी हो जाता है।

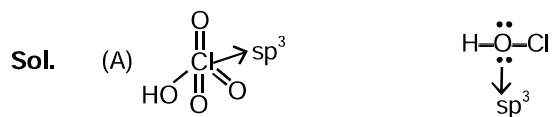
24. The correct statement(s) about the oxoacids, HClO₄ and HClO, is(are)

- (A) The central atom in both HClO₄ and HClO is sp³ hybridized
 (B) HClO₄ is formed in the reaction between Cl₂ and H₂O
 (C) The conjugate base of HClO₄ is weaker base than H₂O
 (D) HClO₄ is more acidic than HClO because of the resonance stabilization of its anion

HClO₄ और HClO के बारे में सही कथन है (हैं)

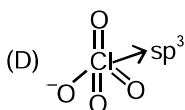
- (A) HClO₄ और HClO दोनों में केंद्रीय परमाणु sp³ संकरित है।
 (B) Cl₂ की H₂O के साथ अभिक्रिया होने पर HClO₄ बनता है।
 (C) HClO₄ का संयुग्मी क्षार (conjugate base) H₂O से दुर्बल क्षार है।
 (D) ऋणायन के अनुनाद स्थिरीकरण (resonance stabilization) के फलस्वरूप HClO₄, HClO से अधिक अम्लीय है।

Ans. (ACD)

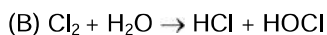
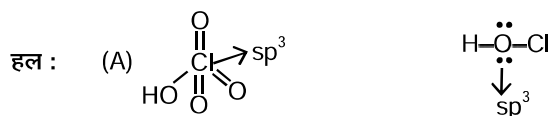


(B) Cl₂ + H₂O → HCl + HOCl

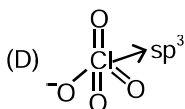
(C) Acidic :	HClO ₄	>	H ₃ O ⁺
	Acid-1		Acid-2
Basic	ClO ₄ ⁻	<	H ₂ O
	C.B.-1		C.B.-2



Resonance stabilization



(C) अम्ल :	HClO ₄	>	H ₃ O ⁺
	अम्ल-1		अम्ल-2
क्षार :	ClO ₄ ⁻	<	H ₂ O
	C.B.-1		C.B.-2



अनुनाद द्वारा स्थायीकरण

25. The Colour of the X₂ molecules of group 17 elements changes gradually from yellow to violet down the group. This is due to

- (A) decrease in π*–σ* gap down the group
- (B) decrease in ionization energy down the group
- (C) the physical state of X₂ at room temperature changes from gas to solid down the group
- (D) decrease in HOMO-LUMO gap down the group

17 समूह के तत्वों के X₂ अणुओं का रंग इनके वर्ग में नीचे जाने पर पीले रंग से धीरे-धीरे बैंगनी रंग में बदलता है। यह निम्न में से किसके फलस्वरूप है

- (A) वर्ग में नीचे जाने पर π*–σ* का अंतर घटता है।
- (B) वर्ग में नीचे जाने पर आयनन ऊर्जा घटती है।
- (C) सामान्य ताप पर वर्ग में नीचे जाने पर X₂ की भौतिक अवस्था गैस से ठोस में बदलती है।
- (D) वर्ग में नीचे जाने पर HOMO-LUMO का अंतर घटता है।

Ans. (AD)

Sol. X₂ : σ1s², σ*1s², σ2s², σ*2s², σ2p_z², π2p_x² = π2p_y², π*2p_x² = π*2p_y², σ*2p_z⁰

(F₂) (HOMO) (LUMO)

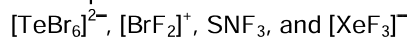
Down the group π* to σ* excitation become easy.

वर्ग में नीचे जाने पर π* से σ* तक उत्तेजन आसान हो जाता है।

SECTION – 2 : (Maximum Marks : 15)

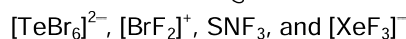
- This section contains **FIVE** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9, both inclusive.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
 Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.
 Zero Marks : 0 In all other cases.

26. The sum of the number of lone pairs of electrons on each central atom in the following species is



(Atomic numbers: N = 7, F = 9, S = 16, Br = 35, Te = 52, Xe = 54)

निम्नलिखित वर्ग (species) में प्रत्येक केन्द्रीय परमाणु पर एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्मों की संख्या का योग है



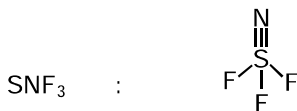
(परमाणु संख्या : N = 7, F = 9, S = 16, Br = 35, Te = 52, Xe = 54)

Ans. 6

Sol. Species	lone pair on central atom
स्पीशीज	केन्द्रीय परमाणु पर एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्म
TeBr_6^{2-} :	1
BrF_2^+ :	2
SNF_3 :	0
XeF_3^- :	3

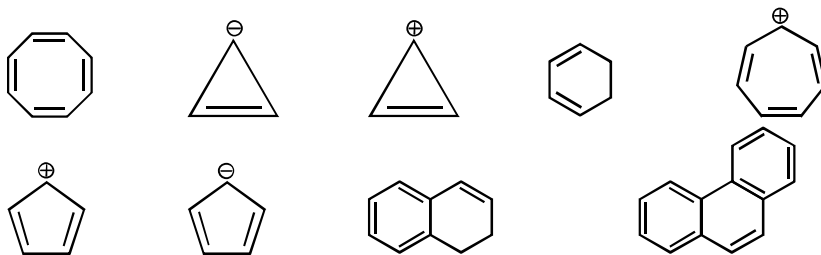
Total Number of lone pair = 6

एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्मों की कुल संख्या = 6

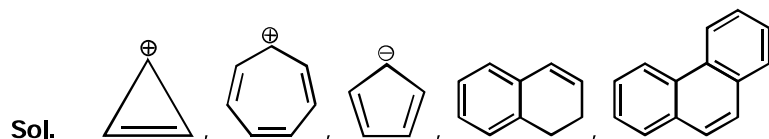


27. Among the following, the number of aromatic compound(s) is

निम्नलिखित में से ऐरोमेटिक यौगिक (यौगिकों) की संख्या है

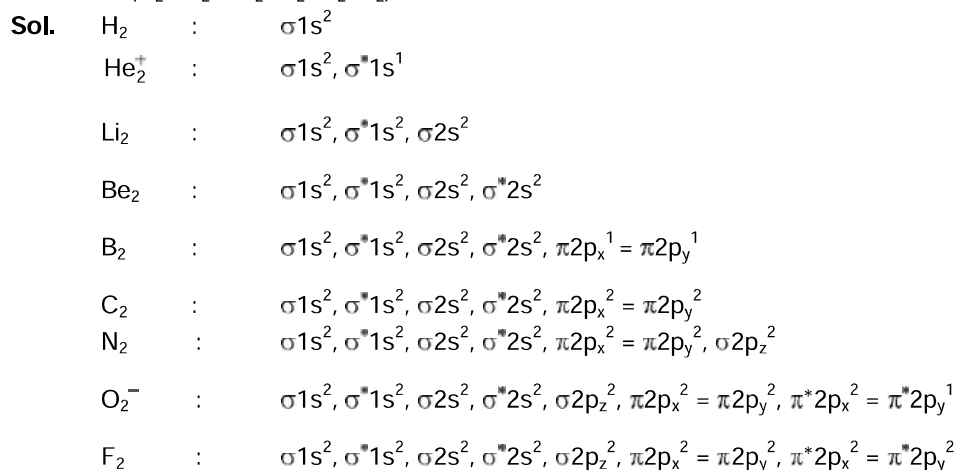


Ans. 5



28. Among H_2 , He_2^+ , Li_2 , Be_2 , B_2 , C_2 , N_2 , O_2^- and F_2 , the number of diamagnetic species is (Atomic numbers : H = 1, He = 2, Li = 3, Be = 4, B = 5, C = 6, N = 7, O = 8, F = 9)
 H_2 , He_2^+ , Li_2 , Be_2 , B_2 , C_2 , N_2 , O_2^- और F_2 , में प्रतिचुम्बकीय स्पीशीज (diamagnetic species) की संख्या है
 (परमाणु संख्या : H = 1, He = 2, Li = 3, Be = 4, B = 5, C = 6, N = 7, O = 8, F = 9)

Ans. 6 (H_2 , Cl_2 , Be_2 , C_2 , N_2 , F_2)



29. A crystalline solid of a pure substance has a face-centred cubic structure with a cell edge of 400 pm. If the density of the substance in the crystal is 8 g cm^{-3} , then the number of atoms present in 256 g of the crystal is $N \times 10^{24}$. The value of N is

एक शुद्ध पदार्थ के एक क्रिस्टलीय ठोस की फलक-केन्द्रित घन (face-centred cubic) संरचना के साथ कोष्ठिका कोर (cell edge) की लम्बाई 400 pm है। यदि क्रिस्टल के पदार्थ का घनत्व 8 g cm^{-3} है, तो क्रिस्टल के 256 g में उपस्थित परमाणुओं की कुल संख्या $N \times 10^{24}$ है। N का मान है।

Ans. 2

Sol.

$$d = \frac{Z \times \frac{M_0}{N_A}}{a^3} \quad (d = \text{density})$$

$$8 = \frac{4 \times \frac{M_0}{6 \times 10^{23}}}{(4 \times 10^{-10})^3}$$

$$M_0 = \frac{1}{8 \times 6 \times 1.6}$$

$$\text{Number of moles in 256 g} = \frac{256}{8 \times 6 \times 1.6} = \frac{10}{3}$$

$$\text{Number of atoms} = \frac{10}{3} \times 6 \times 10^{23} = 2 \times 10^{24}$$

हल :
$$d = \frac{Z \times \frac{M_0}{N_A}}{a^3} \quad (d = \text{घनत्व})$$

$$8 = \frac{4 \times \frac{M_0}{6 \times 10^{23}}}{(4 \times 10^{-10})^3}$$

$$M_0 = \frac{1}{8 \times 6 \times 1.6}$$

$$256 \text{ g में मोलों की संख्या} = \frac{256}{8 \times 6 \times 1.6} = \frac{10}{3}$$

$$\text{परमाणुओं की संख्या} = \frac{10}{3} \times 6 \times 10^{23} = 2 \times 10^{24}$$

30. The conductance of a 0.0015 M aqueous solution of a weak monobasic acid was determined by using a conductivity cell consisting of platinized Pt electrodes. The distance between the electrodes is 120 cm with an area of cross section of 1 cm². The conductance of this solution was found to be 5 × 10⁻⁷ S. The pH of the solution is 4. The value of limiting molar conductivity (Λ_m^0) of this weak monobasic acid in aqueous solution is $Z \times 10^2$ S cm⁻¹ mol⁻¹. The value of Z is

एक दुर्बल एकक्षारकीय अम्ल के 0.0015 M जलीय विलयन की चालकत्व (conductance) एक प्लैटिनीकृत Pt (platinized) इलेक्ट्रोड वाले चालकता सेल का उपयोग कर के निर्धारित की गयी। 1 cm² अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले इलेक्ट्रोडों के बीच की दूरी 120 cm है। इस विलयन की चालकत्व का मान 5 × 10⁻⁷ S पाया गया। विलयन का pH 4 है। इस दुर्बल एकक्षारकीय अम्ल की जलीय विलयन में सीमान्त मोलर चालकता (limiting molar conductivity, Λ_m^0) का मान $Z \times 10^2$ S cm⁻¹ mol⁻¹ है। Z का मान है।

Ans. 6

Sol. $C = 0.0015 \text{ M} \quad \ell = 120 \text{ cm}$
 $G = 5 \times 10^{-7} \text{ S} \quad a = 1 \text{ cm}^2$

$$G = \kappa \times \frac{a}{\ell}$$

$$5 \times 10^{-7} = \kappa \times \frac{1}{120}$$

$$\kappa = 6 \times 10^{-5} \text{ S cm}^{-1}$$

$$\Lambda_m^c = \frac{\kappa \times 1000}{M} = \frac{6 \times 10^{-5} \times 1000}{0.0015}$$

$$\text{pH} = 4$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-4} = c \alpha = 0.0015 \alpha$$

$$\alpha = \frac{10^{-4}}{0.0015}$$

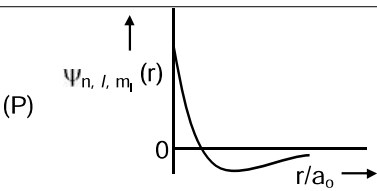
$$\alpha = \frac{\Lambda_m^c}{\Lambda_m^0} \Rightarrow \frac{10^{-4}}{0.0015} = \frac{6 \times 10^{-5} \times 1000}{\Lambda_m^0}$$

$$\Lambda_m^0 = 6 \times 10^2 \text{ S cm}^2 \text{ mole}^{-1}$$

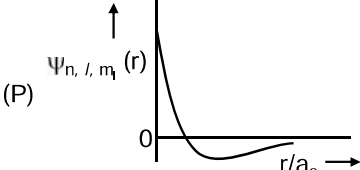
SECTION – 3 : (Maximum Marks : 18)

- This section contains **SIX** questions of matching type.
- This section contains **TWO** tables (each having 3 columns and 4 rows).
- Based on each table, there are **THREE** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
 Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.
 Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
 Negative Marks : -1 In all other cases.

Answer Q.31, Q.32 and Q.33 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

<p>The wave function, Ψ_{n, l, m_l} is a mathematical function whose value depends upon spherical polar coordinates (r, θ, ϕ) of the electron and characterized by the quantum numbers n, l and m_l. Here r is distance from nucleus, θ is colatitude and ϕ is azimuth. In the mathematical functions given in the Table, Z is atomic number and a_0 is Bohr radius.</p>		
Column 1	Column 2	Column 3
(I) 1s orbital	(i) $\Psi_{n, l, m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\left(\frac{Zr}{a_0}\right)}$	(P) 
(II) 2s orbital	(ii) One radial node	(Q) Probability density at nucleus $\propto \frac{1}{a_0^3}$
(III) 2p _z orbital	(iii) $\Psi_{n, l, m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{5}{2}} re^{-\left(\frac{Zr}{2a_0}\right)} \cos\theta$	(R) Probability density is maximum at nucleus
(IV) 3d _{z²} orbital	(iv) xy-plane is a nodal plane	(S) Energy needed to excite electron from $n = 2$ state to $n = 4$ state is $\frac{27}{32}$ times the energy needed to excite electron from $n = 2$ state to $n = 6$ state

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों Q.31, Q.32 और Q.33 के उत्तर दीजिये।

कॉलम 1	कॉलम 2	कॉलम 3
(I) 1s आर्बिटल (orbital)	(i) $\Psi_{n, l, m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\left(\frac{Zr}{a_0}\right)}$	(P) 
(II) 2s आर्बिटल (orbital)	(ii) एक त्रिज्यात्मक (radial) नोड	(Q) नूक्लिअस पर प्रायिकता घनत्व (Probability density) $\propto \frac{1}{a_0^3}$
(III) 2p _z आर्बिटल (orbital)	(iii) $\Psi_{n, l, m_l} \propto \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{5}{2}} r e^{-\left(\frac{Zr}{2a_0}\right)} \cos\theta$	(R) नूक्लिअस पर प्रायिकता घनत्व (Probability density) अधिकतम है
(IV) 3d _{z²} आर्बिटल (orbital)	(iv) xy-समतल एक नोडीय तल है	(S) इलेक्ट्रॉन को n = 2 अवस्था से n = 4 अवस्था तक उत्तेजित करने की ऊर्जा, इलेक्ट्रॉन को n = 2 अवस्था से n = 6 अवस्था तक उत्तेजित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा से $\frac{27}{32}$ गुना है।

31. For He⁺ ion, the only **INCORRECT** combination is

He⁺ आयन के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल **गलत (INCORRECT)** संयोजन है।

(A) (I) (i) (S) (B) (II) (ii) (Q) (C) (I) (iii) (R) (D) (I) (i) (R)

Ans. (C)

Sol. s-orbital is non directional so wave function will be independent of $\cos\theta$.

s-कक्षक अदिशात्मक होते हैं, इसलिए तरंग फलन $\cos\theta$ से स्वतंत्र होते हैं।

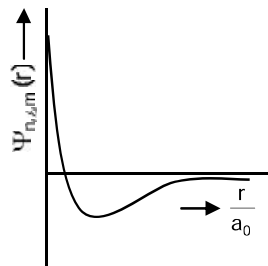
32. For the given orbital in Column 1, the only **CORRECT** combination for any hydrogen-like species is

कालम में 1 में दिए गये आर्बिटल (orbital) के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से किसी भी हाइड्रोजन-समान स्पीशीज (species) के लिए केवल **सही** संयोजन है

(A) (II) (ii) (P) (B) (I) (ii) (S) (C) (IV) (iv) (R) (D) (III) (iii) (P)

Ans. (A)

Sol. For 2s orbital no. of radial nodes = $n - \ell - 1 = 1$
 2s कक्षक के लिए त्रिज्यीय नोड की संख्या = $n - \ell - 1 = 1$



33. For hydrogen atom, the only **CORRECT** combination is
 हाइड्रोजन परमाणु के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल **सही** संयोजन है।

- (A) (I) (i) (P) (B) (I) (iv) (R) (C) (II) (i) (Q) (D) (I) (i) (S)

Ans. (D)

Sol. For 1s orbital Ψ should be independent of θ , also it does not contain any radial node.
 1s कक्षक के लिए Ψ, θ से स्वतंत्र होना चाहिए, साथ ही यह कोई त्रिज्यीय नोड नहीं रखता है।

$$\frac{E_4 - E_2}{E_6 - E_2} = \frac{\frac{E_1}{16} - \frac{E_1}{4}}{\frac{E_1}{36} - \frac{E_1}{4}} = \frac{-\frac{3E_1}{16}}{-\frac{8E_1}{36}} = \frac{3 \times 36}{8 \times 16} = \frac{27}{32}$$

Answer Q.34, Q.35 and Q.36 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

Columns 1, 2 and 3 contain starting materials, reaction conditions, and type of reactions, respectively.		
Column 1	Column 2	Column 3
(I) Toluene	(i) NaOH/Br ₂	(P) Condensation
(II) Acetophenone	(ii) Br ₂ /hν	(Q) Carboxylation
(III) Benzaldehyde	(iii) (CH ₃ CO) ₂ O/CH ₃ COOK	(R) Substitution
(IV) Phenol	(iv) NaOH/CO ₂	(S) Haloform

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 34, 35 एवं 36 के उत्तर दीजिये।

कॉलम 1, 2 और 3 में क्रमशः आरम्भिक पदार्थ, अभिक्रिया अवस्थाएं, और अभिक्रियाओं के प्रकार हैं।		
कॉलम-1	कॉलम - 2	कॉलम - 3
(I) टालुईन (Toluene)	(i) NaOH/Br ₂	(P) संघनन (Condensation)
(II) असिटोफेनॉन (Acetophenone)	(ii) Br ₂ /hν	(Q) कार्बोक्सिलकरण (Carboxylation)
(III) बेन्जिल्डहाइड (Benzaldehyde)	(iii) (CH ₃ CO) ₂ O/CH ₃ COOK	(R) प्रतिस्थापन (Substitution)
(IV) फेनोल (Phenol)	(iv) NaOH/CO ₂	(S) हालोफर्म (Haloform)

34. The only CORRECT combination in which the reaction proceeds through radical mechanism is निम्नलिखित विकल्पों में से केवल सही संयोजन जिसमें अभिक्रिया मूलक (radical) प्रक्रिया द्वारा बढ़ती है, है
(A) (IV) (i) (Q) (B) (III) (ii) (P) (C) (II) (iii) (R) (D) (I) (ii) (R)

Ans. (D)

Sol. Substitution reaction of toluene takes place through radical mechanism.

टालुईन में प्रतीस्थापन अभिक्रिया मुक्त मूलक क्रियाविधि द्वारा होती है।

35. For the synthesis of benzoic acid, the only CORRECT combination is बेन्जोईक अम्ल के संश्लेषण (synthesis) के लिए निम्नलिखित विकल्पों में से केवल सही संयोजन है।
(A) (II) (i) (S) (B) (I) (iv) (Q) (C) (IV) (ii) (P) (D) (III) (iv) (R)

Ans. (A)

Sol. Haloform reaction of acetophenone yields benzoic acid.

ऐसीटोफिनॉन की हैलोफॉर्म अभिक्रिया द्वारा बेन्जोईक अम्ल प्राप्त होता है।

36. The only CORRECT combination that gives two different carboxylic acids is निम्नलिखित विकल्पों में से केवल सही संयोजन जो कि दो भिन्न कार्बोक्सिलिक अम्ल देता है, है
(A) (IV) (iii) (Q) (B) (II) (iv) (R) (C) (I) (i) (S) (D) (III) (iii) (P)

Ans. (D)

Sol. Perkin condensation of benzaldehyde with $(\text{CH}_3\text{CO})_2\text{O}/\text{CH}_3\text{COOK}$ yields cis and trans form of cinnamic acid.

बेंजेलिडहाइड की $(\text{CH}_3\text{CO})_2\text{O}/\text{CH}_3\text{COOK}$ के साथ पर्किन संघनन अभिक्रिया के द्वारा सिनेमिक अम्ल का सिस तथा ट्रांस उत्पाद प्राप्त होता है।