SS
COACHING
Estd.2001

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 100
समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100

Note : (1) This question paper consists of **four Sections** A, B, C and D containing 33 questions.

(2) Question Number **1** to **10** in **Section A** are multiple choice questions (MCQ). Each question carries **one mark**. In each question there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your answer book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No separate time is allotted for attempting MCQ.

(3) Question Number **11** to **16** in **Section B** are very short answer questions and carry **2 marks** each.

(4) Question Number **17** to **28** in **Section C** are short answer questions and carry **4 marks** each.

(5) Question Number **29** to **33** in **Section D** are long answer questions and carry **6 marks** each.

(6) All questions are **compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश: (1) इस प्रश्न पत्र में कुल 33 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों अ, ब, स तथा द में विभाजित है।

(2) खण्ड–अ में प्रश्न संख्या 1 **से** 10 तक तथा बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए 1 **अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के रूप में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं जिन में से कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी पुस्तिका में (A), (B), (C) तथा (D) में जो सही हो उत्तर के रूप में लिखना है। बहुविकल्पीय प्रश्न हल करने के लिए अलग से समय नहीं दिया गया है।

(3) खण्ड – ब में प्रश्न संख्या 11 **से** 16 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न है तथा प्रत्येक के 2 **अंक** निर्धारित हैं।

(4) खण्ड – स में प्रश्न संख्या 17 **से** 28 तक लघुउत्तरीय प्रश्न है तथा प्रत्येक के 4 **अंक** निर्धारित हैं।

(5) खण्ड – द में प्रश्न संख्या 29 **से** 33 तक दीर्घ लघुउत्तरीय प्रश्न है तथा प्रत्येक के 6 **अंक** निर्धारित हैं।

(6) सभी प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं हैं, फिर भी कुछ प्रश्नों में, आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना हैं।

SECTION-A

खण्ड–अ

1. If A is a square matrix of order 3×3 such that $|\text{adj } A| = 324$, then the possible value of $|A|$ is equal to **[1]**

(A) 24 (B) 72

(C) 18 (D) 27

यदि A एक 3×3 कोटि का आव्युह है और |adj A| = 324 हो, तो |A| का संभव मान होगा:

(A) 24 (B) 72

(C) 18 (D) 27

2. If $\sin^{-1} x - \cos^{-1} x = \frac{\pi}{6}$, then x is equal to **[1]**

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

यदि $\sin^{-1} x - \cos^{-1} x = \frac{\pi}{6}$ है तो x बराबर होगा :

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Let $f(x)=\left|\frac{1}{x}\right|$ and $g(x)=\frac{1}{x^3}$. The value of $fog(-2)$ is equal to [1]

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $-\frac{1}{8}$

(C) 8 (D) –8

माना $f(x)=\left|\frac{1}{x}\right|$ तथा $g(x)=\frac{1}{x^3}$. $fog(-2)$ का मान होगा:

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $-\frac{1}{8}$

(C) 8 (D) –8

4. $\int \sin x^\circ dx$ is equal to [1]

(A) $\frac{\pi}{180}\cos x^\circ + c$ (B) $-\frac{\pi}{180}\cos x^\circ + c$

(C) $\frac{180}{\pi}\cos x^\circ + c$ (D) $-\frac{180}{\pi}\cos x^\circ + c$

$\int \sin x^\circ dx$ बराबर होगा :

(A) $\frac{\pi}{180}\cos x^\circ + c$ (B) $-\frac{\pi}{180}\cos x^\circ + c$

(C) $\frac{180}{\pi}\cos x^\circ + c$ (D) $-\frac{180}{\pi}\cos x^\circ + c$

5. Area of a triangle whose vertices are (1,2,1), (2,2,1) and (2,1,1) is equal to **[1]**

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 1

(C) $\frac{1}{3}$ (D) 2

एक त्रिभुज जिसके शीर्ष (1,2,1), (2,2,1) तथा (2,1,1) हैं, का क्षेत्रफल होगा,

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 1

(C) $\frac{1}{3}$ (D) 2

6. If $y = x^x$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to **[1]**

(A) $x^x(1-\log x)$ (B) $x(1+\log x)$

(C) $y(1-\log x)$ (D) $x^x(1+\log x)$

यदि $y = x^x$, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर होगा :

(A) $x^x(1-\log x)$ (B) $x(1+\log x)$

(C) $y(1-\log x)$ (D) $x^x(1+\log x)$

7. Degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$ is equal to **[1]**

(A) 3 (B) 2

(C) 5 (D) 1

अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$ की घात होगी :

(A) 3 (B) 2

(C) 5 (D) 1

8. The negation of the statement 'all real numbers are rational or irrational' is [1]

(A) all real numbers are rational but not irrational

(B) all real numbers are rational and irrational

(C) all real numbers are not rational but irrational

(D) all real numbers are not rational or irrational

कथन ''सभी वास्तविक संख्याऐं परिमेय या अपरिमेय संख्याऐं होती हैं'' का निषेधन है :

(A) सभी वास्तविक संख्याऐं परिमेय होती हैं परंतु अपरिमेय नहीं

(B) सभी वास्तविक संख्याऐं परिमेय और अपरिमेय होती हैं

(C) सभी वास्तविक संख्याऐं अपरिमेय होती हैं परन्तु परिमेय नहीं

(D) सभी वास्तविक संख्याऐं न तो परिमेय और न ही अपरिमेय होती है

9. Slope of the normal to the curve $xy - 3x + 2y = 1$ at (3, 2) is [1]

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$

(C) -5 (D) 5

वक्र $xy - 3x + 2y = 1$ के बिन्दु (3, 2) पर अभिलंब की प्रवणता है:

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$

(C) -5 (D) 5

10. The unit vectors which is perpendicular to both vectors $2\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{k}$ and $3\hat{j}-4\hat{k}$ is **[1]**

(A) $\frac{1}{\sqrt{34}}(3\hat{i}-4\hat{j}+3\hat{k})$ (B) $\frac{1}{\sqrt{34}}(-3\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$

(C) $\frac{1}{\sqrt{34}}(3\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$ (D) $\frac{1}{\sqrt{34}}(3\hat{i}+4\hat{j}-3\hat{k})$

सदिशों $2\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{k}$ तथा $3\hat{j}-4\hat{k}$ के लम्बवत् एक मात्रक सदिश है :

(A) $\frac{1}{\sqrt{34}}(3\hat{i}-4\hat{j}+3\hat{k})$ (B) $\frac{1}{\sqrt{34}}(-3\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$

(C) $\frac{1}{\sqrt{34}}(3\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$ (D) $\frac{1}{\sqrt{34}}(3\hat{i}+4\hat{j}-3\hat{k})$

SECTION-B

खण्ड – ब

11. Solve for x and y if $x\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$. **[2]**

x और y के लिए हल कीजिए, यदि $x\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$.

12. Prove that the function $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ given by $f(x)=|x|$ is neither one-one nor onto. **[2]**

सिद्ध कीजिए कि फलन : $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ जो $f(x)=|x|$ द्वारा परिभाषित है, न तो एकैकी और न ही आच्छादक फलन है।

13. Find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 0$ if $y = \sin\left(\frac{\pi}{6}e^{x^2}\right)$. [2]

यदि $y = \sin\left(\frac{\pi}{6}e^{x^2}\right)$ हो, तो $x = 0$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

Prove that $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}\frac{1}{\log x}$ if $x^y = 5$.

यदि $x^y = 5$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}\frac{1}{\log x}$.

14. Evaluate $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-\cos 2x}{3\tan^2 x}\right)$. [2]

मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-\cos 2x}{3\tan^2 x}\right)$

15. Find the angle between the lines $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+5}{-6}$ and $\frac{x+8}{-9} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+10}{4}$. [2]

रेखाओं $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+5}{-6}$ तथा $\frac{x+8}{-9} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+10}{4}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

16. If p and q are two statements given by

p: $x+y$ is an even integer, $x, y \in \mathbb{N}$

q: $x+y$ is an odd integer, $x, y \in \mathbb{N}$.

Write the compound statement connecting these two statements with 'OR' and check its validity. **[2]**

यदि कथन p और q निम्नस्वरूप से परिभाषित हो :

p: $x+y$ **एक सम संख्या है;** $x, y \in \mathbb{N}$

q: $x+y$ **एक विषम संख्या है;** $x, y \in \mathbb{N}$.

तो इन कथनों को "अथवा" संयोजक द्वारा जोड़कर एक मिश्र कथन लिखिए। इसकी वैधता की जाँच भी कीजिए।

SECTION - C

खण्ड – स

17. Express $\begin{pmatrix} 22 & 20 & 11 \\ 8 & 6 & 23 \\ 15 & -20 & 9 \end{pmatrix}$, as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrices. **[4]**

आव्यूह $\begin{pmatrix} 22 & 20 & 11 \\ 8 & 6 & 23 \\ 15 & -20 & 9 \end{pmatrix}$ **को एक सममित आव्यह व एक विषम सममित आव्युह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।**

18. Prove that $\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \\ x & y & z \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$. [4]

सिद्ध कीजिए की $\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \\ x & y & z \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$.

19. Prove that $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$. [4]

सिद्ध कीजिए : $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$.

20. A binary operation '$*$' is defined on $\mathbb{R}$ by $a*b = a+b+ab$ for all $a,b \in \mathbb{R}$. Prove that the operation $*$ is commutative and associative. [4]

$\mathbb{R}$ पर एक बाइनरी संक्रिया $*$ निम्न रूप में दर्शाई गई है: $a*b = a+b+ab$ प्रत्येक $a,b \in \mathbb{R}$.

सिद्ध कीजिए की यह संक्रिया $*$ क्रमविनिमय व सहचारी है।

21. Determine the constants a and b so that the function $f(x)$ is continuous every where. [4]

$$f(x)=\begin{cases} 2, & x\le 2 \\ ax-b, & 2<x\le 8 \\ 15, & x>8. \end{cases}$$

अचर a और b के वो मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए, निम्न फलन $f(x)$ सब जगह सतत् है:

$$f(x)=\begin{cases} 2, & x\le 2 \\ ax-b, & 2<x\le 8 \\ 15, & x>8. \end{cases}$$

22. Given $\cos y = x\cos(l+y)$. Prove that $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\cos^2(l+y)}{\sin l}$. [4]

दिया गया है : $\cos y = x\cos(l+y)$, **सिद्ध कीजिए की** $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\cos^2(l+y)}{\sin l}$.

23. Evaluate : $\int \sin^{-1}\left(\dfrac{2x}{1+x^2}\right)dx.$ [4]

मान ज्ञात कीजिए : $\int \sin^{-1}\left(\dfrac{2x}{1+x^2}\right)dx.$

OR/अथवा

Evaluate $\int \frac{x^2-1}{x^4+3x^2+1}dx$.

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2-1}{x^4+3x^2+1}dx$.

24. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{5+4\cos x}dx$. [4]

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{5+4\cos x}dx$.

OR/अथवा

Verify Rolle's theorem for $f(x) = x + \frac{4}{x}$ when $x \in [1,4]$.

फलन $f(x) = x + \frac{4}{x}$ को अन्तराल $[1,4]$ पर रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

25. Solve the following differential equation : [4]

$x\frac{dy}{dx} = y + x + x\tan\frac{y}{x}$, given $y = \frac{\pi}{2}$ when $x = 1$.

निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए:

$x\frac{dy}{dx} = y + x + x\tan\frac{y}{x}$ दिया गया है $y = \frac{\pi}{2}$ जब $x = 1$.

26. Show that the three points with position vectors

$\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}, -2\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}, -8\vec{a} + 13\vec{b}$ are collinear. [4]

दिखाईए कि तीन बिन्दु जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}, -2\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}, -8\vec{a} + 13\vec{b}$ संरेख है।

27. Find the equations of tangent to the curve $y=x^3+3x^2-5$ which is perpendicular to the line $2x-6y+1 = 0$. [4]

वक्र $y = x^3 + 3x^2 - 5$ पर स्पर्श रेखा, जो रेखा $2x-6y+1 = 0$ के लम्बवत् है, का समीकरण ज्ञात कीजिए।

28. Using vector method, prove that the diagonals of a rhombus are perpendicularly bisect each other. [4]

सदिशों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए की एक सम चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लम्बवत् होते हैं।

OR/अथवा

Find a unit vector perpendicular to both the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ हैं।

SECTION-D

खण्ड –द

29. Solve the following system of equations, using matrix inversion method [6]

$x + 2y + 2z = 4$

$3x - 3y + 5z = 11$

$x + 12y - 5z = -3$

आव्यूह विधि से, निम्न समीकरण निकाय को हल ज्ञात कीजिए :

$x + 2y + 2z = 4$

$3x - 3y + 5z = 11$

$x + 12y - 5z = -3$

OR/अथवा

Find inverse of a matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

आव्युह $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

30. Find the area of the region bounded by the curves $x^2 = 16y$, $y = 1$, $y = 4$ and the y-axis in the first quadrant, using integration. **[6]**

प्रथम चतुर्थांश में वक्र $x^2 = 16y$, $y = 1$, $y = 4$ तथा y–अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल, समाकलन विधि से ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

If $x+y = 2$, show that the maximum value of $\frac{4}{x} + \frac{36}{y}$ is less than its minimum value.

यदि $x+y = 2$ है, तो दिखाईए कि $\frac{4}{x} + \frac{36}{y}$ का अधिकतम मान न्यूनतम मान से कम है।

31. For the differential equation $xy\frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$, find the solution curve passing through the point $(1, -1)$. **[6]**

अवकल समीकरण $xy\frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ द्वारा प्रदर्शित वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, -1)$ से होकर जाता है।

32. Find the equation of the plane through the point (2,3,5) and perpendicular to the planes $2x-3y+z = 2$, $4x+y-3z+1 = 0$ **[6]**

बिन्दु (2,3,5) से गुजरने वाले समतल, जो समतलों $2x-3y+z = 2$, $4x+y-3z+1 = 0$ के लम्बवत् हैं, का समीकरण ज्ञात कीजिए।

33. A producer has 30 and 17 units of labour and capital respectively which he can use to produce two types of goods X and Y. To produce one unit of X, 2 units of labour and 3 units of capital are required . Similarly, 3 units of labour and 1 unit of capital is required to produce one unit of Y. If X and Y are priced at ₹100 and ₹120 per unit respectively, how should the producer use his resources to maximise the total revenue? Formulate the above problem as a LPP and solve it graphically. [6]

एक उत्पादक के पास 30 इकाई श्रम की व 17 इकाई पुँजी है, जिनका प्रयोग वह दो प्रकार X तथा Y की वस्तूओं का उत्पादन करने के लिए कर सकता है। X की एक इकाई के उत्पादन के लिए 2 इकाई श्रम तथा 3 इकाई पुँजीं की आवश्यकता होती है। Y की एक इकाई के उत्पादन के लिए 3 इकाई श्रम तथा 1 इकाई पुँजीं की आवश्यकता होती है। उत्पादों X तथा Y की प्रति इकाई का मुल्य क्रमशः रू. 100 तथा रू. 120 है। अधिकतम मुल्य अर्जित करने के लिए उत्पादक को अपनी उपलब्ध श्रम व पुँजी इकाईयों का किस प्रकार उपयोग करना चाहिए। उपरोक्त के लिए एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में परिवर्तित कर, आलेखीय विधि से हल कीजिए।

To Score Better Marks in NIOS & Good Percentage Contact 1800-120-6077